

RECENSIONER

Strömningar i matematikens filosofi

Petter Rasmusson

Daidalos 2014. 492 s. ISBN 978-91-7173-432-7

Matematiken är inte bara en av de äldsta vetenskapliga disciplinerna, utan också i flera avseenden den märkligaste. Filosofer har genom historien ägnat matematiken avsevärd uppmärksamhet. Det första att notera är att matematiken väcker metafysiska frågor: vilka är egentligen matematikens objekt? Den naturligaste uppfattningen är att de är abstrakta. Matematiska resultat i geometrin – för att ta ett enkelt exempel – verkar inte handla om några geometriska figurer som vi någonsin stöter på i vår erfarenhet, utan om abstrakta objekt som fysiska figurer endast är approximationer av. Något liknande gäller för varje del av matematiken. Fokus ligger inte på någon triangel som vi har ritat, antalet äpplen och pennor som ligger framför oss på bordet eller någon struktur som vi ser eller skall bygga. Det som studeras är perfekta, abstrakta trianglar, talen själva och alla strukturer. Den metafysiska frågan blir då vad dessa objekt är. Denna fråga blir viktigare, och svårare att besvara så fort vi noterar den oerhörda framgång som matematiken har haft för att förstå den fysiska världen.

Matematiken väcker dessutom kunskapsteoretiska frågor. Vissa av dessa är förknippade med de metafysiska frågorna och de svar som filosofer är benägna att ge på dem. Hur kan vi över huvud taget ha kunskap om matematikens objekt om de är abstrakta? En väsentlig egenskap hos abstrakta objekt är nämligen att de är utanför tid och rum och är kausalt verkningslösa. Därmed är de utanför vår erfarenhet. Men hur kan vi ha kunskap om sådant som vi inte har någon erfarenhet av?

Återigen blir denna fråga svårare att besvara så fort vi noterar matematikens framgångsrikhet. Matematiken är oerhört tillämpbar; det finns snart sagt ingen vetenskaplig disciplin eller teknologisk verksamhet som inte förlitar sig på matematiska resultat och metoder.

Vad gäller dessa resultat och metoder måste två egenskaper särskilt nämnas. För det första är de matematiska resultaten nödvändiga. Det är inte ett kontingent faktum att $2 + 2 = 4$ eller att en triangel har 180 graders vinkel. Det råkar inte bara vara så. Vi tänker oss att det inte kunde ha varit på annat sätt.

För det andra så har matematisk kunskap en grad av säkerhet som vi sällan uppnår i andra discipliner. Kravet som ett resultat måste uppfylla för att räknas som ett matematiskt teorem är deduktiv giltighet. Matematiken ställer därmed mycket högre krav än någon empirisk vetenskap.

Sammantaget gör dessa observationer – att matematiken tycks handla om abstrakta objekt, att dess resultat är nödvändiga, att vår kunskap om dem är säkrare än vår kunskap på andra områden – matematiken till något av en särling bland intellektuella discipliner. Inte undra på att filosofer ända sedan antiken ägnat särskild uppmärksamhet åt, och haft särskild uppskattning för matematiken.

I början av förra århundradet uppstod dock något av en kris. Mängdläran är på samma gång en enkel och oerhört kraftfull teori. En mängd är grovt uttryckt en kollektion av objekt vilka som helst. Mängdläran beskriver de abstrakta egenskaperna som mängder har och de operationer som vi kan utföra på dem – som att lägga till medlemmar eller sammanfoga flera mängder till en. Denna till synes ganska enkla teori visade sig dock ha en oerhörd styrka. Den gav matematiker, och filosofer, hopp genom att den gav en informativ bild av hur vi skall förstå oändlighetsbegreppet och metoder för att kunna utföra aritmetiska operationer på oändligheter på ett sätt som inte varit möjligt dessförinnan. Dessutom verkade snart sagt varje känt matematiskt resultat kunna reduceras till mängdlärans till synes torftiga språk. Det var därför en katastrof när mängdläran visade sig vara motsägelsefull. Detta ledde till ett intensifierat arbete med att göra reda för matematikens grundvalar. Uppgiften var att beskriva vilka metoder matematiker kan vara trygga i att använda, och vilket språk de måste använda för att eliminera de upptäckta motsägelserna och undvika att nya uppstod. Många av periodens mest framstående filosofer och matematiker var djupt engagerade i detta arbete.

Om allt detta och en hel del annat går att läsa i Rasmussons bok som i många avseenden är ett imponerande verk. Omfånget vittnar om att författaren har en god kunskap om matematikens och matematikfilosofins utveckling under de senaste två hundra åren. Sättet Rasmusson skriver om sitt ämne avslöjar också ett stort mått av engagemang, kanske rent av passion för ämnet. Språkdräkten är dessutom sådan att de flesta som över huvud taget plockar upp en bok om ett sådant ämne inte kan låta bli att dras med och tjasas. För detta skall Rasmusson ha tack. Han lyckas förmedla varför filosofer är så fascinerade av matematik. Det är dessutom utmärkt att det nu finns mer att läsa om matematikens filosofi på svenska. Det finns mängder av texter om matematikens filosofi, men försvinnande lite på svenska.

Efter ett inledande kapitel¹ där bland annat de matematiska objekts natur diskuteras, ägnas ett kapitel åt logik. Logiken har som ambition att definiera vad som gör ett argument giltigt och ge oss metoder för att med precision skilja de giltiga från de ogiltiga argumenten. Dess roll för matematiken och matematikens filosofi är därför central. På cirka 70 sidor ger Rasmusson en översikt över den moderna sats- och predikatlogiken så som den utvecklats under de senaste tvåhundra åren. Även om läsaren får en bild av delar av logikens historia är detta avsnitt inte i första hand historiskt utan huvudsakligen tematiskt. Detta kan inte ersätta en lärobok i logik. För detta hade läsaren behövt fler detaljer och framför allt några övningsuppgifter. Detta är inte någon invändning. Den läsare som blir intresserad att fördjupa sig i logik har andra texter att förlita sig på.

Därefter ägnar Rasmusson ett kapitel åt Immanuel Kants och Edmund Husserls teorier om matematisk åskådning. I korthet kan man säga att detta handlar om hur vi har tillgång till de matematiska objekten. Som antyddes ovan har vi inte sinnlig erfarenhet av de matematiska objekten på det sätt som vi erfar t.ex. äpplen eller regnstänk. Men på något sätt uppstår våra matematiska övertygelser. Kant och Husserl har komplicerade idéer om hur detta går till. Idéer som undertecknad aldrig lyckats begripa. Rasmusson gör dock ett seriöst försök att på ganska litet utrymme beskriva grunddragen i dessa teorier.

Nästa kapitel ägnas åt Gottlob Freges logicism och platonism. Brutalt sammanfattad i en devis är logicismen idén att matematiken kan reduceras till logik. Det tycks medföra att om vi bara kan förstå de riktiga metoderna för logiskt giltiga argument och logiskt acceptabla uttrycksformer, så har vi i ett svep också löst dessa problem för matematiken. Platonismen är uppfattningen att matematikens objekt verkligen är det de flesta matematiker behandlar dem som, nämligen av oss oberoende men abstrakta objekt. Detta ägnas ungefär 140 sidor. Detta är helt i sin ordning, för de idéer som Frege utvecklade i sitt försök att försvara sin logicism och sin platonism har varit helt avgörande inte bara för den moderna logiken utan också för den moderna analytiska filosofin.

Efter detta ägnas ett kapitel åt Brouwers intuitionism. Brouwer har en nästan omvänd syn på förhållandet mellan logik och matematik mot den som Frege förordar. Enligt Brouwer är det matematiken som är överordnad logiken. Inte nog med det så är den klassiska logiken – den logik – som majoriteten av matematiker och filosofer omfattar bristfällig. Brouwer utvecklade aldrig själv en detaljerad formell logik. Men han drog upp grunddragen i det som idag kallas intuitionistisk lo-

1. Bokens kapitel har ingen kapitelnumrering. Boken är indelad i 7 större avsnitt. Det är dessa jag här hänvisat till som kapitel. Dessa är i sin tur indelade i flera kortare kapitel.

gik. Den intuitionistiska logiken ställer högre krav på giltiga argument och matematiska bevis än den klassiska. Detta har ett pris eftersom vissa matematiska metoder och resultat därmed måste förkastas eller åtminstone stöpas om. Även om den är en minoritetsuppfattning så är den intuitionistiska logiken en seriös och idag väl utarbetad konkurrent till den klassiska logiken.

Nästa kapitel ägnas åt Hilberts finitism. Den framstående tyske matematikern David Hilbert var djupt imponerad av mängdlärens framsteg och styrka och samtidigt djupt oroad av de motsägelser som den uppdagats innehålla. Han hade stor respekt både för Freges teorier och för Brouwers invändningar och försökte finna en annan väg för att förena det bästa från den formella axiomatiska logik som Frege grundlagt och de invändningar som Brouwer lyft fram. Detta projekt (som brukar gå under namnet Hilberts program) engagerade ett stort antal logiker och matematiker, inte minst på grund av Hilberts höga ställning bland den tidens matematiker. En av dessa var Kurt Gödel, vars välkända ofullständighetsteorem av många uppfattas som en total demolering av Hilberts program. Avsnittet om Hilberts program avslutas också med ett underkapitel om Gödels resultat.

Boken avslutas med en diskussion om betydelsen av Gödels resultat för möjligheten att etablera grundvalar för matematiken. Rasmusson sammanfattar hur de olika strömningar i matematikens filosofi som tagits upp kan jämföras med och kontrasteras med varandra.

Vem är då denna bok skriven för? I förordet skriver Rasmusson att han försökt skriva den bok som han själv hade velat läsa. För en utomstående är det svårt att avgöra om han lyckats med detta. Han skriver också att han inte i första hand tänkt sig en popularisering av ämnet, eftersom det hade krävt att för många detaljer övergivits och för många genvägar tagits. Det är helt i sin ordning för ett så komplext och abstrakt ämne som matematikens grundvalar är snart sagt omöjligt att redogöra för, utan att ta upp tekniska resultat och detaljer som de flesta populärlitterära författare och redaktörer önskar undvika. Eftersom det finns så få böcker i ämnet på svenska hade det varit utmärkt om denna bok hade kunnat användas som kurslitteratur på universitetskurser i matematikens filosofi. Rasmusson skriver också att *Strömningar* inte förutsätter tidigare universitetsstudier i matematik eller filosofi. Tyvärr tror jag dock att den inte lämpar sig som kurslitteratur. Texten är ofta för ordrik och de tekniska detaljerna för få. Rasmusson väljer ibland den vackraste formuleringen före den mest precisa. Kanske har det med hans bakgrund som litteraturvetare att göra. Även en sådan liten sak som att boken saknar ett index gör att jag misstänker att de flesta universitetslärare hellre väljer en mer klassisk lärobok för sina kurser.

Men som sagt tror jag inte Rasmusson har försökt att skriva en lärobok. Det jag tror att han försökt göra, och som jag tycker att han lyckas med, är att skriva en bok som visar varför matematiken och matematikens grundvalar är ett så filosofiskt spännande ämne. Förutom de som redan är intresserade av matematikens filosofi, kan de som har ett intresse för matematik men inte dess filosofi, och de som redan är intresserade av filosofi men aldrig gripits av ämnets fascination för matematik ha glädje av *Strömningar i matematikens filosofi*.

SAMA AGAHI

Den sista friheten: Om rätten till vår död

Inga-Lisa Sangregorio

Fri tanke 2916. 214 s., ISBN 978-91-87935-32-9

En del är rädda för döden. Andra är rädda för döendet, dvs. för de plågor och andra obehag som ofta föregår döden. Somliga är rädda för båggedera. Och många är också rädda för att råka in i demenstillstånd, även om detta inte skulle vara särskilt plågsamt eller obehagligt; det är i alla fall ett före-döden-tillstånd som många helst vill undvika.

Själva döden är ju inte mycket att göra åt. Men de negativa tillstånd som kan föregå döden skulle man kunna undvika, åtminstone delvis, genom att påskynda döden. Det kan göras på olika sätt, varav vissa är tillåtna, andra inte. Funderar man över detta kan det vara lämpligt att försöka skaffa sig en överblick över olika typer av dödshjälp.

Terminologin på detta område är inte särskilt enhetlig. Själva termen "dödshjälp" används på olika sätt. Men följande beteckningar är rätt vanliga.

- *Passiv dödshjälp* (där man avstår från livsuppehållande behandling), antingen efter begäran av patienten eller närstående eller utan sådan begäran.
- *Indirekt dödshjälp* (där man sätter in någon behandling, t.ex. kraftig smärtlindring, som kan förutses leda till döden, men utan avsikt att döda).
- *Frivilligt assisterat självmord* (där någon, som inte är sjukvårdspersonal, hjälper någon annan att begå självmord – vilket är tillåtet i Sverige).
- *Frivilligt läkarassisterat självmord, under strikta betingelser* (där en läkare skriver ut dödande medel till en patient som, exempelvis, begär detta, är över 18 år, är psykiskt frisk, är bosatt i landet, och