

Vissa människor är veliga. Jag är en av dem. När jag ska välja mat från menyn vet jag sällan vad jag vill ha; när jag ska åka på semester vet jag inte vart jag vill åka; när jag ska välja partner vet jag bara ibland vem jag vill ha. En adekvat teori om rationellt handlande bör kunna säga något om velighet. Vad är velighet och hur ska den hanteras? Traditionellt har teorier om handlingsrationalitet inte haft några svar på dessa frågor. Vanligen brukar man i beslutsteoretiska sammanhang tvärtom utgå ifrån att agenten har ”fullständiga preferenser”, vilket innebär att personen som väljer måste kunna uttrycka preferenser mellan varje par av objekt, t.ex. maträtter, semesterresor, och partners. Ofta tänker man sig att antagandet om fullständighet inte bara gäller för preferenser över utfall, utan också för *lotterier* över utfall. Vad tycker jag är bäst? Ett lotteri där jag med femtio procents sannolikhet får gå på bio med Anna (som jag tror jag gillar mest) och femtio procents sannolikhet får gå på bio med Carin (som jag inte gillar alls), eller ett lotteri där jag med hundra procents sannolikhet får gå på bio med Beatrice (som jag inte vet om jag gillar)? Det är uppenbart att en teori om rationalitet som förutsätter att agenten kan uttrycka preferenser mellan sådana lotterier är mycket krävande, minst sagt. (För klassiska teorier som innehåller detta antagande, se t.ex. von Neumann och Morgenstern 1947 och Savage 1954.)

I denna artikel ska jag skissera en teori om velighet, hur den kan modelleras, och hur veliga beslutsfattare bör värdera handlingsalternativ. Uppsatsen är baserad på ett par engelskspråkiga artiklar i samma ämne.¹

1. OLIKA TEORIER OM VELIGHET

Antag att du är i färd med att välja mellan Coca-Cola och Fanta. Du har druckit bägge dryckerna många gånger tidigare och vet precis hur de smakar. Trots detta vet du inte, antar vi, vilken dryck du vill ha mest just nu. Du kan inte uttrycka någon bestämd preferens mellan de två alternativen.

¹ Jag vill särskilt tacka Nicolas Espinoza, som är medförfattare till en av de två artiklarna, för hans kommentarer.

Din velighet behöver inte bero på bristande information. Även om du fick veta allt som finns att veta om Coca-Cola och Fanta, ända ner till molekylnivå, skulle du ändå kunna förbli velig. Velighet kan således inte förstås som ett uttryck för bristande kunskap, åtminstone inte i termer av kunskap om yttervärldens beskaffenhet. Men kanske kan velighet förstås som ett uttryck för bristande kunskap om agentens egna värderingar? Detta är en tanke som förekommit bland ekonomer och andra samhällsvetare sedan femtiotalet. Duncan Luce (1959) argumenterade i en klassisk studie om probabilistiska val för att velighet kan förstås som ett slags bristande diskrimineringsförmåga: När en person är velig är det de facto så att hon har en ”sann” preferens, hon förmår bara inte upptäcka vilken den är! Det finns således alltid korrekta svar på vad en person gillar bäst, och hade hon haft större självkänedom hade hon kunnat ta reda på det rätta svaret.

Idén om bristande diskrimineringsförmåga återkommer flera gånger i litteraturen. Nyligen har den exempelvis försvarat av ekonomen Robert Sugden. Han utgår i sin teori från något han kallar smaktillstånd (”taste states”). Om du t.ex. föredrar Coca Cola framför Fanta, utan att veta om det, befinner du dig i ett visst smaktillstånd; är din sanna preferens den omvända befinner du dig i ett annat smaktillstånd, och så vidare.

Det är dock svårt att se att existensen av smaktillstånd, eller antagandet om bristande diskrimineringsförmåga, kan vara en bra förklaring av vad det innebär att vara velig. För det första verkar det en smula överoptimistiskt att postulera existensen av smaktillstånd. Vad finns det egentligen för oberoende skäl att tro att dessa smaktillstånd existerar? För det andra kan man, i linje med vad som just sagts, påpeka att det är föga lockande att anta existensen av entiteter som aldrig – ens i princip – kan observeras empiriskt. Om en persons velighet består över tid får vi aldrig reda på vilket det sanna smaktillståndet är, och ifall veligheten upphör en vacker dag, genom att personen säger sig bestämt föredra det ena alternativet framför det andra, kan denna plötsliga klarhet lika gärna beror på att personens preferenser förändrats.

Ett annat problem med att analysera velighet i termer av fördolda smaktillstånd är att en sådan analys svårligen kan göra reda för det faktum att velighet ofta varierar i grader. Personligen är jag velig i valet mellan Fanta och Coca Cola, och likaså i valet mellan Coca Cola och Pepsi. Jag är dock *mindre* velig i valet mellan Coca Cola och Pepsi (jag lutar åt Coca Cola), jämfört med valet mellan Fanta och Coca Cola. Min velighet tycks alltså kunna variera i grader. Om vi försöker modellera denna gradskillnad i termer av smaktillstånd stöter vi på problem, eftersom det då finns endast två möjligheter: Antingen föredrar jag den ena drycken framför den andra, fastän jag inte vet om det, eller så är det tvärtom. Världen är de facto binär, det finns bara två diskreta möjligheter.

Upplevelsen av gradskillnader i velighet kunde kanske vara ett argument för att velighet *inte* ska förstås i termer av reellt existerande smaktillstånd, utan i stället i termer av vad beslutsfattaren *tror* om sina smaktillstånd. Om jag är mer säker på min preferens för en dryck framför en annan kunde man exempelvis göra reda för detta genom att hävda att min subjektiva sannolikhet för att det smaktillståndet är det sanna tillståndet är högre än min subjektiva sannolikhet för det andra smaktillståndet. Problemet är att veligheten nu delas upp i två delar: Dels den ”objektiva” veligheten, som är lokaliserad i mina smaktillstånd, dels den ”subjektiva” veligheten som består i att jag tillskriver subjektiva sannolikheter till dessa smaktillstånd. Detta kanske inte är direkt orimligt, men det är onekligen ganska krångligt. I nästa avsnitt ska jag visa att man kan göra reda för tanken att velighet kan variera i grader på ett betydligt enklare sätt.

2. VELIGHET SOM OBESTÄMDA PREFERENSER

Grundtanken i den teori om velighet jag vill försvara kan sammanfattas i följande slogan: ”Att inte veta *vad man vill* är att inte veta vad man *kommer att välja*”. Mer precist är tanken att ifall en beslutsfattare är velig mellan två alternativ, t.ex. giftermål eller singelliv, är det varken så att hon föredrar det ena framför det andra, eller värderar bägge alternativen lika högt. Det finns helt enkelt inget korrekt svar på vad en velige beslutsfattaren värderar högst – det finns därför inga sanna ”smaktillstånd” att upptäcka. Däremot finns det ett sant svar på frågan vad beslutsfattaren kommer att välja. Ju mer velig beslutsfattaren är, desto mer osäkert är det vad hon kommer att välja. Vi kan mäta denna grad av osäkerhet genom att tillskiva sannolikheter till framtida val: Om sannolikheten är nära ett (eller noll) att beslutsfattaren väljer giftermål framför singelliv är hon inte alls velig, men är sannolikheten långt ifrån extremvärdena är hon mycket mer velig.

Det är fruktbart att skilja mellan subjektiv och objektiv velighet. Denna distinktion är nära förknippad med distinktionen mellan subjektiv och objektiv sannolikhet. Mer precist gäller det att om beslutsfattarens subjektiva velighet är låg, så är hennes subjektiva sannolikhet för vad hon kommer att välja nära noll eller ett. Motsvarande gäller för objektiv velighet och objektiva sannolikheter. Ur ett utifrånperspektiv, t.ex. för producenten av Coca Cola och Fanta, är det den objektiva sannolikheten för att konsumenten väljer på ett visst sätt som är mest relevant – den påverkar hur stora kvantiteter av en vara det är rationellt att tillverka och bjuda ut till försäljning. Ur beslutsfattarens perspektiv torde dock subjektiv velighet vara av större intresse. Det är inte det faktum att det faktiskt är osäkert vad beslutsfattaren kommer att välja som ställer till problem för henne.

Vad hon faktiskt väljer får hon ju reda på i sinom tid. Ur ett beslutsteoretiskt perspektiv är det i stället svårigheten att värdera handlingsalternativ utifrån agentens egna uppfattningar som ställer till problem. En vanlig uppfattning om rationalitet är att man handlar rationellt när ens egna uppfattningar om världens beskaffenhet och önskvärdheten hos olika utfall "stämmer överens" med ens beteende. Vanligen tänker man sig att en agent för att vara rationell måste maximera subjektiv förväntad nytta. Problemet med subjektiv velighet är att traditionella beslutsteorier inte har något att säga om vad det innebär att en velig agents uppfattningar "stämmer överens" med hennes val.

Låt oss återvända till exemplet med Fanta och Coca Cola. Antag att jag sitter på The Eagle i Cambridge. Bartendern står otåligt och väntar på att jag ska bestämma mig. För att fastställa min subjektiva velighet behöver vi fastställa min subjektiva sannolikhet för att jag kommer att välja det ena alternativet framför det andra. Enligt den mest inflytelserika teorin om subjektiv sannolikhet, som jag för enkelhets skull tar för givet här (trots att jag själv föredrar en annan teori), gäller det att mina subjektiva sannolikheter fastställs genom att observera mina preferenser mellan en viss typ av lotterier. Mer precis gäller det att om 10 kr är den högsta summa jag är beredd att betala för att delta i ett lotteri där jag vinner 30 kr om jag väljer Fanta och ingenting annars, så är min subjektiva sannolikhet att jag väljer Fanta $10/30$, givet att vissa villkor är uppfyllda.²

Vi kan nu göra reda för velighet i termer av obestämda preferenser. Låt formeln $x >_p y$ betyda att beslutsfattaren har en preferens för x framför y som är obestämd till grad p , där p är ett reellt tal mellan noll och ett. Vi tolkar grader av velighet som beslutsfattarens subjektiva sannolikhet för att x väljs framför y , dvs. $x >_p y$ om och endast om den subjektiva sannolikheten är p att x väljs framför y .

Låt oss nu fastställa vilka relationer som råder mellan obestämda preferenser (grader av velighet). Följande egenskaper motsvarar den traditionella preferensrelationens egenskaper reflexivitet, symmetri, och transitivitet:

Reflexivitet: $x >_{0.5} x$

Symmetri: Om $x >_p y$, så $y >_{1-p} x$

Transitivitet: Om $x >_p y$ och $y >_q z$, så $x >_r z$, där $r = pq / [pq + (1-p)(1-q)]$

Detta är inte rätt plats att i detalj motivera ovanstående egenskaper, men följande ord kan vara på sin plats. Att en beslutsfattarens subjektiva san-

²Det viktigaste av dessa är att jag inte är velig mellan *dessa* alternativ, dvs. att jag har bestämda preferenser mellan de lotterier som erbjuds!

nolikhet är 0,5 att hon väljer Fanta ifall Fanta är det enda tillgängliga alternativet, snarare än 1, är inte så konstigt som det låter. Man får tänka sig att hon väljer *den här* Fantan framför *den här* (dvs. samma objekt). Om vi väljer något annat värde för p än 0,5 får vi nämligen problem med symmetriegenskapen: För alla andra värden än 0,5 följer det att sannolikheten att x väljs framför sig själv antar två olika värden, t.ex. både 1 och 0, vilket är orimligt. Symmetriegenskapen är i sig mindre problematisk.

Den formel för transitivitet som föreslås ovan kan härledas ur ett av Luce (1959) föreslaget axiom, valaxiomet. Valaxiomet säger att den relativa sannolikheten för att beslutsfattaren väljer ett alternativ framför ett annat inte påverkas av närvaron av ytterligare alternativ. Exempel: Om det är dubbelt så sannolikt att jag väljer Fanta framför Coca Cola ifall bara dessa två drycker finns på menyn, så bör det också vara dubbelt så sannolikt att jag väljer Fanta framför Coca Cola ifall menyn utökas med fler drycker, t.ex. Pepsi, trots att de absoluta sannolikheterna troligen sjunker. Denna tanke kan preciseras på följande sätt: Sannolikheten att ett alternativ x väljs ur en mängd alternativ B är lika med sannolikheten för att något alternativ ur mängden A väljs, där A är en delmängd i B , gånger sannolikheten för att x väljs ur A .³

Luce formulerade valaxiomet som en empirisk hypotes, som han sedan testade experimentellt. Här ska vi i stället tolka valaxiomet som ett rationalitetskriterium: Veliga agenter *bör* låta sin velighet vara förenlig med valaxiomet.

Låt oss nu anta att vår velige beslutsfattare har obestämda preferenser som uppfyller de egenskaper som formulerats ovan. Ur dem följer mycket lite om hur olika handlingsalternativ bör värderas. Antag t.ex. att sannolikheten för att beslutsfattaren väljer Fanta är 0,99. Bör beslutsfattaren då beklaga sig om det senare visar sig att det osannolika inträffar att hon väljer Coca Cola? Det är inte säkert. Mer precis verkar det rimligt att hävda att olika värden kan tillskrivas de olika möjliga utfallen, även då beslutsfattaren har obestämda preferenser.

Så här kan man tänka. En person med obestämda preferenser är två (eller flera) personer samtidigt, som har olika smak. Att ha en obestämd preferens mellan Fanta och Coca Cola innebär således att ha (minst) två parallella nyttofunktioner för de bägge dryckerna, en där Fanta rankas högre än Coca Cola och en där Coca Cola rankas högre än Fanta. Dessa bägge nyttofunktioner kan fastställas experimentellt genom att be beslutsfattaren ranka lotterier utifrån de bägge parallella preferensordningarna. Ett rimligt sätt att värdera handlingsalternativ är nu att maximera den viktade nyttan av de bägge preferensordningarna, där vikten mellan

³ För ett bevis för hur transitivitetsegenskapen för obestämda preferenser kan härledas ur valaxiomet, se Luce 1959/2005.

de bägge nyttofunktionerna bestäms av graden av velighet. Exempel: Min subjektiva sannolikhet för att jag kommer att välja Fanta framför Coca Cola är 0,7. Enligt den ena av mina nyttofunktioner har Fanta nyttan 10, enligt den andra nyttan 5. Nyttorna för Coca Cola är 6 respektive 7. Den viktade nyttan för Fanta blir då $0,7 \times 10 + 0,3 \times 5 = 8,5$ och för Coca Cola $0,7 \times 6 + 0,3 \times 7 = 6,3$. I vilken utsträckning dessa värden kan användas för att guida beslut är oklart, det beror på vad man tror om sambandet mellan mentala processer och faktiska val, men den viktade nyttan kan i alla fall användas för att värdera handlingsalternativ. Om jag i exemplet ovan väljer Coca Cola har jag skäl att känna mig missnöjd med mitt val.

En poäng i den teori om velighet jag försvarar är att man inte behöver binda sig för någon speciell uppfattning om kopplingen mellan mentala tillstånd och faktiska val. Vissa tycks tro att en persons mentala tillstånd unikt bestämmer hennes val, ja kanske till och med orsakar valen. Självt är jag skeptiskt till detta. Jag kan mycket väl tänka mig att jag, rent hypotetiskt, befinner mig i precis samma mentala tillstånd vid två tillfällen men ändå väljer olika i de bägge tillstånden. En agents val kanske delvis är slumpmässiga. I vilket fall som helst är de faktiska valen det enda vi direkt kan observera, så därför bör en teori om velighet endast befatta sig med dessa. Om en person är mer eller mindre velig än en annan, eller om jag är mer velig idag än jag var igår, måste vi kunna avgöra på rent empiriska grunder, utifrån vad vi faktiskt kan observera, och det är just detta vi kan göra genom att använda oss av subjektiva sannolikheter.

Det är även fruktbart att tillåta en representation av obestämda preferenser i termer av intervall av sannolikheter. Formeln $x >_{p,q} y$ betyder att sannolikheten att x väljs framför y är lägst p och högst q . Att sannolikheten ligger i detta intervall betyder inte att det finns en "sann" sannolikhet som ligger någonstans i detta intervall, utan att alla sannolikheter i intervallet är lika rimliga (korrekta) givet den evidens vi har om beslutsfattarens beteende.

Intervallrepresentationen av obestämda preferenser tillåter oss att göra reda för de fyra traditionella preferensrelationerna på följande sätt. Låt x^+ vara en marginellt förbättrad version av x :

x föredras strikt framför y omm $x >_{1,1} y$
 y föredras strikt framför x omm $x >_{0,0} y$
 x och y är indifferent omm $x >_{0,5,0,5} y$ och $x^+ >_{1,1} y$
 x och y är (fullt) ojämförbara omm $x >_{0,1} y$

Notera att indifferens är ett specialfall av velighet. För att särskilja det fall då man med bestämdhet värderar två alternativ lika högt (dvs. är indifferent i vanlig mening) från det fall när man är velig i vanlig mening

men råkar väljer bägge alternativen med femtio procents sannolikhet, bör man betrakta hur känslig agenten är för små justeringar av utfallen. Om beslutsfattaren är indifferent mellan x och y i vanlig mening gäller det således att $x >_{0,5,0,5} y$ samt att $x^+ >_{1,1} y$.

Att två alternativ är ojämförbara innebär att varje sannolikhetsbedömning för vad beslutsfattaren kommer att välja är så god som någon annan. Givetvis kan man tänka sig fall av partiell ojämförbarhet där sannolikheten för att x snarare än y väljs ligger i ett avgränsat intervall.

3. SANNOLIKHETER FÖR EGNA VAL

Jag ska avslutningsvis diskutera en invändning mot den teori jag försvarar. Invändningen är baserad på argument som förts fram (oberoende av varandra) av Wolfgang Spohn (1979) och Isaac Levi (1986). Jag väljer här att redogöra för Spohns argument.

Grundtanken i Spohns resonemang är att det är orimligt att tillskriva subjektiva sannolikheter till vad man själv kommer att välja, eftersom man själv kan påverka utfallet av vaden som används för att mäta subjektiva sannolikheter. För att kunna formulera Spohns argument mer precist behöver vi bekanta oss närmare med den traditionella teori om subjektiva sannolikheter han utgår ifrån. Enligt denna teori bestäms en individs subjektiva sannolikhet av hennes benägenhet att acceptera vad. Mer precist tänker man sig att varje vad har exakt ett jämviktspris, nämligen det pris som är sådant att individen är villig både att vara den spelare som köper vadet och den bookmaker som erbjuder det. Här är ett exempel: Antag att vi ska mäta min subjektiva sannolikhet för att min åldersstigna bil klarar nästa kontrollbesiktning. Säg att jämviktspriset är 30 kronor för ett vad där jag vinner 90 kr om bilen går igenom och inget annars. Då är mitt personliga odds för detta vad $1/3$. Givet att jag är beredd att ingå tillräckligt många vad, och jag för varje vad är beredd att överlåta till bookmakern *hur mycket pengar* vi ska slå vad om, kan man visa att ifall mina personliga odds är sådana att ingen ”dutch book” kan konstrueras, dvs. om det inte är möjligt för bookmakern att välja vad med vadslagningssummor på ett sådant sätt att han vinner vad som än händer (oavsett om bilen klarar kontrollbesiktningen eller inte), kan de personliga oddsen representeras med en sannolikhetsfunktion.

Låt oss nu återgå till Spohns argument. Wlodek Rabinowicz har i en mycket klarsynt artikel sammanfattat argumentet på följande sätt. Låt $p(x) = s$ vara sannolikheten för att agenten väljer alternativ x framför $\neg x$, och låt $eu(x)$ vara den förväntade nyttan av att välja x , givet att vi inte räknar med den nytta som agenten skulle vinna om hennes vad på att hon kommer att välja x slår in. Låt $eu(\neg x)$ vara motsvarande förvän-

tade nytta av $\neg x$. Om $p(x) = s$ gäller att värdet på s är lika med kvoten mellan det beslutsfattaren är beredd att satsa (S) på att hon kommer att göra x och det hon vinner (V) om hon faktiskt gör det, dvs. $s = S/V$. Om beslutsfattaren vinner vadet (dvs. om hon faktiskt gör x) är nettovinsten av vadet $N = V - S$. Eftersom agenten är rationell avvisar hon alla vad där $S/V > x$. Samtidigt gäller det att agenten kommer att välja att göra x framför $\neg x$ om och endast om $eu(x) + N > eu(\neg x)$. Det är alltså inte bara det förväntade värdet av alternativen x och $\neg x$ som bestämmer beslutsfattarens val, även differensen (snarare än kvoten) mellan priset och vinsten hon satsar respektive kan vinna i vadslagningen om vad hon kommer att göra. Exempel: antag att jag är beredd att satsa 1 kr på att jag kommer att göra x , och i så fall vinner 3 kr. Då är min subjektiva sannolikhet för att jag kommer att göra x lika med $1/3$. Om $eu(\neg x)$ är en liten aning större (såg $2/3$) än $eu(x)$ kan det därför hända att $eu(x) + N < eu(\neg x)$; alltså gör jag $\neg x$. Ur teorin om subjektiva sannolikheter följer att det är kvoten mellan priset på ett vad och vinsten som definierar min subjektiva sannolikhet, så om denna är $1/3$ måste jag också vara beredd att satsa exempelvis 10 kr på att jag kommer att göra så för att då vinna 30 kr: $1/3 = 10/30$. När vi nu jämför $eu(x) + N$ med $eu(\neg x)$ finner vi att den förra termen är mycket större, dvs. $eu(x) + N > eu(\neg x)$, eftersom värdet på N nu är så mycket större. Alltså är det skillnaden mellan V och S som avgör hur jag väljer, inte kvoten, vilket visar att några stabila subjektiva sannolikheter inte kan observeras i denna typ av fall.

Spohns argument kan bemötas på flera sätt. För det första kan man acceptera argumentets hållbarhet, men försöka modifiera metoden som används för att mäta subjektiva sannolikheter så att problemet undviks. Ett sätt att göra detta har föreslagits av Wlodek Rabinowicz, se Rabinowicz (2002). Ett annat sätt att bemöta Spohns argument är att i stället ifrågasätta relevansen. Vad Spohn lyckats visa är att det mätinstrument vi använder för att mäta subjektiva sannolikheter påverkar mätresultatet. Det vi mäter när vi mäter subjektiva sannolikheter är beslutsfattarens vadslagningsbenägenhet och erbjuds vad om framtida handlingar, tenderar vadslagningsbenägenheten att påverkas. Om jag vet att jag kan vinna ett vad genom att välja att utföra en handling blir det plötsligt mer attraktivt att utföra den handlingen, alltså påverkas min vadslagningsbenägenhet.

Att de mätinstrument vetenskapsmän använder påverkar mätresultatet är ingenting ovanligt. Antag t.ex. att vi vill mäta temperaturen i en kaffekopp med en traditionell kvicksilvertermometer. Om vi tar termometern direkt från frysen och stoppar ner den i en varm kaffekopp kommer termometern kyla ner kaffet en aning, varför vi får ett felaktigt mätvärde. Denna effekt kommer att kvarstå så länge temperaturen hos mätinstrumentet och kaffekoppen inte är exakt densamma.

På samma sätt som man vid temperaturmätning kan minimera mätinstrumentets inverkan på mätresultatet genom att minimera temperaturdifferensen mellan instrument och mätobjekt kan man även minimera effekten av de vad som används för att mäta subjektiva sannolikheter för egna handlingar genom att slå vad om väldigt *små* summor. Till skillnad från fallet med temperaturmätning går det faktiskt att eliminera denna effekt helt när det gäller subjektiva sannolikheter. Mer precist gäller det att välja belopp att slå vad om som är så små att N , dvs. differens mellan den potentiella vinsten och priset för att delta i vadet, understiger differensen i förväntad nytta mellan de handlingar man slår vad om. Alltså: vaden ska väljas så att storleken på N inte ändrar tecken på olikheten $eu(x) + N > eu(-x)$. Detta är i princip alltid möjligt, ifall $eu(x)$ och $eu(-x)$ inte råkar vara exakt lika stora. Om $eu(x) = eu(-x)$ kommer vilket som helst N att fälla avgörandet till fördel för det alternativ man slagit vad om, vilket Wlodek Rabinowicz påpekat för mig. Men detta är inget avgörande problem, eftersom agenten då vet att de bägge alternativen har denna egenskap, dvs. vet att han bedömer den förväntade nyttan vara lika hög för bägge alternativen.

Till det som sagts ovan kan tilläggas att den teori om subjektiva sannolikheter som Spohns argument bygger på är långtifrån självklar. Enligt min mening finns det en bättre teori om subjektiv sannolikhet, som inte drabbas av Spohns argument, nämligen den som formulerats av Maurice DeGroot (1970). Om man väljer att förstå velighet utifrån hans teori kan man bekvämt lämna de mätningsteoretiska problemen bakom sig

LITTERATUR

- DeGroot M. 1970. *Optimal statistical decisions*. McGraw-Hill.
- Espinoza, N. & M. Peterson. 2006. *Human Choice Behaviour: A probabilistic analysis of incomparability*, manuskript.
- Levi, I. 1989. "Rationality, Prediction, and Autonomous Choice", *Canadian Journal of Philosophy* 19 (suppl.), 339–362. Omtryckt i Levi, I. *The Covenant of Reason*. Cambridge University Press, 1997.
- Luce, R. Duncan. 1959. *Individual Choice Behavior. A Theoretical Analysis*. Prentice-Hall.
- von Neumann, J. & O. Morgenstern. 1947. *Theory of Games and Economic Behavior*, 2:a upplagan. Princeton University Press.
- Peterson, M. 2006. "Indeterminate Preferences", *Philosophical Studies* 130 (2), 297–320.
- Rabinowicz, W. 2002. "Does Practical Deliberation Crowd Out Self-Prediction?"", *Erkenntnis* 57, 91–122.
- Ramsey, F. P. 1926. "Truth and Probability", i *Foundations: Essays in Philosophy, Logics, and Mathematics and Economics*, H. Mellor (red.). Routledge 1978.

- Savage, L. J. 1954. *The Foundations of Statistics*. Wiley and Sons.
- Spohn, W. 1977. "Where Luce and Krantz Do Really Generalize Savage's Decision Model", *Erkenntnis* 11, 113–134.
- Sugden, Robert. 2004. "Loss Aversion and Preference Imprecision", uppsats presenterad vid 11th International Conference on the Foundations and Applications of Utility, Risk and Decision Theory.