Kristoffer Ahlström

Om Kant, Pythagoras och världen som matematik

Varje skolelev som läst åtminstone en grundläggande kurs i matematik och geometri känner till Pythagoras sats om förhållandet mellan sidorna i den rätvinkliga triangeln. Färre känner troligtvis till det enorma inflytande den sedan nästan två och ett halvt tusen år döde Pythagoras indirekt haft på synen på förhållandet mellan matematiken och verkligheten, sådan som den studeras av naturvetenskaperna.

Immanuel Kant – nu bortgången sedan 201 år – kan i sin *Kritik der Reinen Vernuft* sägas bryta med denna tradition på ett ganska intressant sätt. Medan Pythagoras och hans efterföljare hade en väldigt realistisk syn på de matematiska objekten menade Kant att matematiken, genom sin grund i självaste fundamentet för vårt uppfattande av världen, i en viktig mening inte alls var tillämplig på verkligheten.

Jag ska i föreliggande text undersöka denna brytning. Mer specifikt kommer jag i sektion 1 att börja med att se närmare på pythagoréernas bild av de matematiska objekten, för att i sektion 2 övergå till Kants teori om förhållandet mellan matematiken och det mänskliga kognitiva maskineriet. I sektion 2 kommer tonvikten att läggas på Kants argument mot tidslighetens transcendentala idealitet. Jag försöker sedan, i sektion 4, också komma till rätta med frågan om hur Kant här skall förstås genom att skilja mellan två olika tolkningar. I sektion 5 argumenterar jag vidare för att Kant i den ena tolkningen inte kan sägas bryta med Pythagoras. I den andra, och utifrån Kants texter något mer plausibla tolkningen, går hans projekt däremot stick i stäv med pythagoréernas. Tolkad på detta senare sätt är teorin dock ohållbar.

1. PYTHAGORAS OCH DEN MATEMATISKA VÄRLDEN

Det är antagligen ingen överdrift att hävda att de joniska naturfilosoferna, ofta kallade de första filosoferna – ja, ibland till och med de första vetenskapsmännen – står för en av de mest anmärkningsvärda och revolutionerande teoretiska insikterna under de senaste tretusen åren. Insikten jag har i åtanke är distinktionen mellan världen sådan den ter sig för oss, och världen sådan den är bortom detta sken, där de joniska naturfilosoferna var bland de första att intressera sig för den senare.

Icke desto mindre tänkte sig dessa filosofer att denna yttersta och ibland dolda verklighet i någon väsentlig och förhållandevis direkt mening var *åtkomlig* för våra sinnen. Och i detta avseende skiljde de sig från Pythagoras och pythagoréerna som i stället menade att verkligheten var högst mystisk och, genom sin andliga och perfekta struktur ordnad enligt matematiska lagar, inte alls åtkomlig i samma direkta mening. Roland Poirier Martinsson skriver:

> Utgångspunkten för Pythagoras var att de matematiska talen utgjorde en form av besjälade objekt som byggde upp vårt fysiska universum. De kunde förnimmas indirekt med hjälp av sinnena, precis som atomer och molekyler, men uppfattades som något mer än bara materiens minsta byggstenar: de utgjorde gudomliga principer som styrde alla fysiska och andliga händelser.[1]

Så samtidigt som vi i mångt och mycket har pythagoréerna att tacka för insikten att matematiken behandlar *abstraktioner* – för exempelvis egyptierna var en linje inget annat än ett sträckt rep eller kanten på ett fält – så hade de en väldigt *realistisk* bild av dessa abstraktioner.[2]

> När de tidiga pythagoréerna sade att alla ting var uppbyggda av (hela) tal, eller att talen var universums essens, så menade de detta i bokstavlig mening, då tal för dem var som atomer för oss.[3]

Det är svårt för oss att förstå vad detta innebär; att världen verkligen *är* tal. Men pythagoréerna verkade alltså tänka att så var fallet. Eventuellt blir det lättare att förstå tanken om vi betraktar ett välkänt exempel: förhållandet mellan ton och stränglängd. Pythagoréerna upptäckte nämligen att om man slår an en sträng och därmed får en viss bestämd ton, så erhåller man samma ton fast en oktav högre genom att slå an en sträng som var hälften så lång.

Denna och mängder av dylika insikter manade hos pythagoréerna fram tanken att världen är ordnad enligt matematiska lagar i en alldeles speciell bemärkelse. Objekt är nämligen uppbyggda av tal i meningen att alla objekt är uppbyggda av punkter eller ”existensenheter” som i sina olika konstellationer svarar mot geometriska figurer.

> Eftersom pythagoréerna föreställde sig tal både som punkter och elementarpartiklar, var talen såväl universums materia som form och varje fenomens orsak. Därav den pythagoréiska doktrinen ”Allting är tal”.[4]

[1] Poirier Martinsson (2003, s. 52). [2] Se Kline (1974, s. 29).
[3] Kline (1974, s. 29; min övers.). [4] Kline (1974, s. 148; min övers.).

Bilden känns aningen främmande och denna i mångt och mycket mystiska teori om universums ordning och byggstenar har inte överlevt in i dessa dagar. Få naturvetare tror idag att talet 1 är att identifiera med Gud, att världen utmärks av ”fyrhet”, eller att talen 2–10 uttrycker kosmos mångfald. Men Pythagoras antagande att verkligheten i sin yttersta form i någon mening är matematisk och att världen bäst låter sig beskrivas med hjälp av talrelationer har på långa vägar överlevt såväl Pythagoras som varje uttalad efterföljande pythagoré. Låt oss kalla detta antagande för *den pythagoréiska hypotesen*.

Hos pythagoréerna utgjorde nämligen sådant som det faktum att kvalitativt skilda fenomen kunde ha identiska matematiska egenskaper ett argument för att dessa fenomen måste ha en matematisk essens.[5] Genom Platon, en av de främsta pythagoréerna efter Pythagoras själv (dock bara i filosofisk bemärkelse – som matematiker sägs Platon ha varit ganska medioker), men i ännu större utsträckning genom Aristoteles studiekamrater Eudoxos och Kallippos, stöptes emellertid den pythagoréiska talmystiken om till en matematisk modell för universum som vi idag har lättare att relatera till. Och naturvetare utgår, enligt Poirier Martinsson, fortfarande ifrån ”föreställningen att det enda och rätta sättet att beskriva naturen är med hjälp av matematiska begrepp och i det matematiska formspråket”.[6] Det är inte genom poesi, musik och dans som vi bäst beskriver verkligheten. Det är genom, och endast genom, matematik.

2. KANT OCH DEN MATEMATISKA ÅSKÅDNINGEN

Den sedan 201 år bortgångne filosofen Immanuel Kant kan på ett mycket intressant sätt sägas bryta mot denna starka tradition – detta väl förankrade pythagoréiska antagande hos modern vetenskap. Detta gjorde han emellertid inte genom att göra några direkta anspråk rörande matematiska *objekts* ontologiska status. Han verkar överhuvudtaget inte ha nalkats frågan på det sättet.[7] Av det lilla som finns att tillgå i textmängd, verkar det dock rimligast att anta att Kant inte tillskrev dessa någon direkt form av existens. I en kort och ofta citerad kommentar slår han fast att ”matematiska problem inte ger upphov till några frågor om existens” (A719/B747; min översättning). Existens (*Wirklichkeit*) handlar snarare om att, för att uttrycka det aningen cirkulärt, existera vid en definitiv tidpunkt.

Kantforskare verkar i stället luta åt att Kant tänkte sig matematisk

[5] Se Kline (1974, s. 147). [6] Poirier Martinsson (2003, s. 55).
[7] Se Parsons (1984, s. 111) för en diskussion av detta.

existens som en fråga om möjlighet, och stödjer sig gärna på ett brev författat av Kants elev Johann Schultz, där denne menar att Kant skall tolkas som att "möjlighet och aktualitet sammanfaller inom matematiken" (citerad i Parsons 1984, s. 110; min övers.).

Möjligheten i fråga brukar vanligtvis expliceras i termer av konstruktivitet. Många paralleller kan dras (och har dragits) mellan denna aspekt av Kants matematikfilosofi och intuitionistisk logik.[8] Vår undersökning kräver dock inte att vi gräver vidare just här. Det räcker för våra ändamål att konstatera att vi utan tvivel hamnat långt ifrån en pythagoréisk realism, av det stuk vi såg närmare på ovan.

Men för att på ett mer intressant och djuplodande sätt utröna förhållandet mellan Kant och pythagoréerna och kunna spåra en eventuell brytning behöver vi i stället närma oss matematiken på Kants vis, genom att fundera över i vilken mening matematiken och de matematiska begreppen är *tillämpliga* på verkligheten. Matematiken var, menade Kant, inte i strikt mening tillämplig på världen *sådan den ytterst var*. På den *empiriska* verkligheten, den sinnevärld vi befinner oss i som empiriska varelser, är matematiken tillämplig. Ja, där är matematiken till och med direkt knuten till det mänskliga uppfattandets mest fundamentala komponenter. Men på den *transcendentala* verkligheten finner matematiken ingen tillämplighet. Låt oss kalla denna verklighet – den av vårt kognitiva maskineri oberoende verkligheten – för *Verkligheten*.[9]

Innan vi fördjupar oss i dessa ontologiska frågor, skall emellertid två saker först och främst sägas om Kants teori om matematiken. För det första är alla matematiska sanningar, enligt Kant, berättigade *a priori*. Vi kan känna till dem (och eventuellt *endast* känna till dem) utan någon som helst hänvisning till erfarenheten (vilket inte är fallet med *a posteriori* sanningar). Eller mer exakt uttryckt: de matematiska sanningarna kan *berättigas* utan hänvisning till erfarenheten. För det andra är alla matematiska sanningar *syntetiska*. Vi kan inte fastställa att "7+5=12" är en matematisk sanning blott genom att analysera de ingående termerna och deras relation, så som vi kan göra med "Varje ungkarl är en ogift man" och andra *analytiska* sanningar.

Att matematiska sanningar är *a priori* (åtminstone i den svagare meningen att de *kan* berättigas *a priori*) är förhållandevis okontroversiellt även idag, även om Kants specifika motivering, i termer av den nödvändighet dessa sanningar bär med sig, eventuellt skulle omarbetas idag. Mer kontroversiell är däremot Kants teori om matematiska sanningars

[8] Se till exempel Parsons (1984) och Posy (1992b) för en diskussion av denna sida hos Kant.

[9] Jag kommer dock låta begreppet 'världen' vara tvetydigt i detta avseende.

syntetiska status. Låt oss titta närmare på hans argument rörande aritmetiken; om hur aritmetiska insikter måste arbeta med singulära instanser, som endast kan vara givna för oss i *åskådningen* (eng. *intuition*) – vårt mest ursprungliga möte med de fenomen som strömmar mot oss i en perceptuell eller perceptionslik upplevelseakt:

> [...] vid närmare betraktelse finner man att begreppet om summan av 7 och 5 inte innehåller något utöver förenandet av det båda talen till ett tal, genom vilket det överhuvudtaget inte är tänkt vad detta enskilda tal är. Begreppet tolv är på intet vis redan tänkt blott genom en tanke på förenandet av sju och fem, och oavsett hur länge jag analyserar mitt begrepp om en sådan möjlig summa kommer jag inte att finna tolv i den. *Man måste gå utöver dessa begrepp med hjälp av den åskådning som motsvaras av en av de två, till exempel ens fem fingrar eller (som inom Segners aritmetik) fem punkter, och en efter en addera de fem elementen som därmed är givna genom åskådningen, med åskådningen av begreppet om sju.* [...] De aritmetiska propositionerna är därför alltid syntetiska; något som blir ännu tydligare om man tar större tal i beaktande, då det blir uppenbart att vi, oavsett hur vi vrider och vänder på våra begrepp, aldrig finner summan blott genom att analysera våra begrepp, utan måste ta åskådningen till hjälp.[10]

Tanken är alltså att vi inte bara når kunskap om syntetiska satser – dessa utvidgande satser som genom predikatet går utöver vad som redan ryms (om än implicit) i subjektet – genom *a posteriori* metoder. Tag till exempel satsen ”Boken på bordet är grön”. När jag till subjektet ”boken” lägger predikatet ”grön” går jag utöver subjektet själv, och tillskriver det något som inte redan ryms i det. Vad Kant hävdar är att något analogt kan göras inom domänen för *a priori* kunskap, som när jag genom en matematisk åskådning lägger samman punkter, fingrar och finner en summa. Endast på detta sätt kan vi, menar Kant, förklara den matematiska kunskap vi uppenbarligen har.[11]

Kants hänvisning till räknandet av punkter och fingrar skulle emellertid kunna missförstås. Vad Kant här framlägger skall *inte* misstolkas som en empirisk teori om matematisk sanning, för att låna en term från Douglas Gasking.[12] Kant påstår *inte* att den matematiska sanningen ”7+5=12” blott svarar mot en (förvisso högst välgrundad) empirisk generalisering från vår sida i stil med ”Om sju föremål räknas och sedan fem föremål räknas och sedan samtliga räknas så får vi alltid talet 12”, såsom J. S. Mill ville påstå. Inte heller något i stil med om ”Om sju föremål räknas *nog-*

[10] Kant (1998, s. 144 eller B15–16; min kurs. och övers.).
[11] Se Kant (2002, s. 39), där Kant påpekar denna analogi.
[12] Se Gasking (1965, s. 1802).

grant och med uppmärksamhet..." (för ibland räknar vi ju fel), eller (ännu värre!) "Om sju föremål räknas *riktigt*...".

För att förstå mer exakt vad Kant är ute efter behöver vi titta närmare på hans teori om det mänskliga tänkandet, som vi delvis redan trillat in på. Uttryckt på icke-kantiansk prosa, kan kärnan i Kants bild av hur det mänskliga förnuftet arbetar kort sammanfattas som följer:

> [...] vårt förstånd är förlänat med ett rumstidsligt representationssystem som ger en pre-reflektivt ordning åt den perceptuella inputen, en perceptuell ordning som föregår förståndets reflektiva aktivitet [...] som utövas genom formandet av omdömen.[13]

Detta rumstidsliga representationssystem kallar Kant, som vi såg ovan, för *åskådning*(*en*). Genom åskådningen är vi *direkt* relaterade till objekten, genom begrepp endast *indirekt*. Vidare är det som vi är relaterade till genom åskådningen *singulärt* – *det där* som vi ser, hör, känner, smakar, osv. just nu – medan vi genom begrepp är relaterade till är något *generellt* – en hund, en katt, ett åskväder, osv.[14]

I en viktig mening är vi dock inte direkt relaterade till objekten, nämligen om "direkt" förstås som något i stil med "oavkortat och obehandlat". Hos Kant bestämmer nämligen vår själva förmåga att påverkas av objekt – vår *sensibilitet* – karaktären hos åskådningen, som antyddes i citatet ovan. Denna bestämning sker genom de två åskådningsformerna tidslighet och rumslighet. För, som Kant själv skriver:

> [...] om man utelämnar allt empiriskt, dvs. det som hör till förnimmelsen, från de empiriska åskådningarna av kroppar och deras förändringar (rörelse), så återstår fortfarande rum och tid, vilka följaktligen är rena åskådningar som *a priori* ligger till grund för de empiriska.[15]

Rumsligheten, som en av de två åskådnings- eller representationsformerna, är hos Kant inte vilket rum som helst. De principer (och deras logiska konsekvenser) utifrån vilka denna åskådningsform arbetar är inga mindre än de euklidiska, vilket Kant och många av hans samtida såg som ett argument så gott som något för att världen faktiskt var euklidisk.[16]

Här ska vi emellertid inte missförstå Kant. Detta kan vid första påseendet likna en väldigt pythagoréisk tanke; att världen i bokstavlig

[13] Dales & Oliveri (1998, s. 3; min övers.).

[14] Dessa två villkor på föreställningen, direkthetskriteriet och singularitetskriteriet, är enligt Charles Parsons närmast axiom inom Kants epistemologi. Se Parson (1992) för en intressant diskussion av förhållandet och samspelet mellan dessa två kriterier, såväl som en kortare diskussion av Hintikkas avvikande uppfattning rörande det förstnämnda kriteriet.

[15] Kant (2002, s. 42).

[16] Se Kline (1972, s. 862) för en diskussion av detta.

mening skulle vara geometrisk till sin struktur och följa geometriska samband. Det är dock inte vilken värld som helst som Kant här syftar på utan världen *såsom åskådad*. Världen i transcendental mening – eller *Verkligheten*, som jag valt att kalla den – är dock, enligt Kant, inte euklidisk i någon som helst mening. Däremot är världen, såsom åskådad, euklidisk i meningen att de euklidiska axiomen är en kodifiering av vår rumsliga åskådningsform.

Låt oss rekonstruera Kants argument för matematiska sanningars syntetiska status som följer: det gäller för alla och endast syntetiska sanningar att de måste vara relaterade till ett objekt. Denna relation kokar i alla lägen ner till en relation genom åskådningen. Varför? Av två anledningar: (i) all *förståelse* – Kants namn för det sammanfogande arbetet som sker då begrepp skapas – är *tom* utan den input som vi får genom den mångfald av intryck som drabbar oss genom åskådningen (och omvänt: all åskådning är *blind* utan den ordnande inverkan som förståelsen bringar); (ii) den enda åskådningen är den åskådning som utmärks av vår sensibilitet.[17] Och eftersom Kant i exemplet ovan tycker sig visa att uppfattandet av matematiska (eller åtminstone aritmetiska) sanningar måste ta hjälp av åskådningen, måste dessa följaktligen vara syntetiska.

Men hur är det överhuvudtaget möjligt med kunskap *a priori* om matematiska sanningar av detta syntetiska slag? Kant svarar:

> Endast på ett enda sätt är det [...] möjligt att min åskådning föregår föremålets verklighet och sker som kunskap *a priori, nämligen om den inte innehåller något annat än sinnlighetens form, som i mitt subjekt föregår alla verkliga intryck genom vilka jag påverkas av föremål.*[18]

Åskådningen är i Kants terminologi *ren* när ”ingen förnimmelse är inblandad i representationen”.[19] Detta är också anledningen till att matematiken inte är tillämplig på *Verkligheten* i sig. Matematiken grundar sig nämligen i detta pre-reflektiva ordnande – den rena åskådningen. Kant uttrycker det som att ”rum och tid [är] de åskådningar den rena matematiken lägger till grund för alla sina kunskaper och omdömen, vilka uppträder som apodiktiska och tillika nödvändiga”. För det är endast genom den sinnliga åskådningens form som vi *a priori* kan åskåda ting,

[17] Kant poängterar förvisso på vissa ställen i sin *Kritik* att det kan finnas varelser med andra typer av åskådning. ”Vi kan inte anta om sinnligheten att den är den enda möjliga typen av åskådning” (Kant, 1998: s. 362 eller A254/B310; min översättning). Icke desto mindre är så inte fallet för oss människor. I *Prolegomena* skriver han till och med att detta sätt att få kunskap genom sensibilitet är ”människan allena förunnat” (Kant, 2002: s. 103).

[18] Kant (2002, s. 41; kurs. i original).

[19] Kant (1998, s. 193 eller A50/B74; min övers.).

men – och detta är den väsentliga poängen rörande matematikens tillämplighet – "därigenom får vi endast kunskap om objekten så som de kan *framträda* för oss (våra sinnen), inte som de kan vara i sig".[20]

Hos Kant får alltså strukturen hos vår kognitiva apparat i detta fall ontologiska konsekvenser (åtminstone om vi får tro Kant själv), och detta av följande skäl: den matematiska åskådningen svarar uttryckligen mot åskådningsformerna. Denna intima koppling dessa två emellan innebär att formerna för matematiken är lika (lite) tillämpliga på *Verkligheten* i sig som åskådningsformerna; är de senare inte tillämpliga på *Verkligheten*, är de förra det inte heller. Med andra ord kokar Kants argument mot matematikens tillämplighet på *Verkligheten* ner till hans argument mot tidslighetens och rumslighetens tillämplighet på densamma; hans argument för de senares *transcendentala idealitet*.[21]

Om citatet ovan (från Dales & Oliveri) om vårt rumstidsliga representationssystem kan sägas karakterisera Kants bild av den mänskliga kognitiva apparaten kommer vi här tillbaka till den kantianska distinktionen (för att inte säga dikotomin) mellan verkligheten i *empirisk* mening – verkligheten som representation – och verkligheten i transcendental mening – *Verkligheten* sådan den är i sig själv bortom och oberoende av våra representationer. Detta är en distinktion som återfinns inom många filosofiska system, men hos Kant är den ovanligt radikal i sina epistemologiska efterverkningar. Vi kan i strikt mening inte veta något om den transcendentala *Verkligheten* av den enkla anledningen att de kategorier och begrepp som möjliggör erfarenhet överhuvudtaget inte går att tillämpa på den.

Hans argument går som sagt tillbaka på ett argument för tidslighetens och rumslighetens transcendentala idealitet, varför vi måste titta närmare på detta härnäst. Jag kommer uteslutande att koncentrera mig på Kants argument rörande tidsligheten och detta av två anledningar. För det första är tidsligheten form för såväl inre som yttre åskådning, medan

[20] Båda citaten: Kant (2002, s. 41; kurs. i original).

[21] Denna premiss, om att Kant genom att visa att åskådningsformerna inte är tillämpliga på världen i sig – på *Verkligheten* – även har visat att matematiken inte heller är tillämplig på världen i sig, skulle kunna ifrågasättas på åtminstone två sätt; ett sämre och ett bättre. Det sämre skulle innebära att man invände att Kant inte kan utesluta att den kan finnas en annan matematik kopplad till en annan sinnlighet som är tillämplig på *Verkligheten*. Frågan är dock om detta skulle ställa till något problem för Kant, så länge han visat att *vår* matematik och sinnlighet inte är tillämplig på *Verkligheten*. Det bättre skulle innebära att invända att Kant inte kan utesluta att denna vår matematik är multipelt realiserbar utifrån flera sinsemellan oförenliga sinnligheter. Eftersom jag är högst osäker på om detta skulle kunna vara fallet lämnar jag till läsaren att själv fundera vidare.

rumsligheten bara är en form för den yttre. För det andra har tidslighetens transcendentala idealitet traditionellt ansetts vara bra mycket mer kontroversiellt än hans argument för rumslighetens transcendentala idealitet.

3. KANTS ARGUMENT RÖRANDE TIDSLIGHETEN

Kant måste alltså bevisa att inget sådant som genuina tidsrelationer står att finna i den transcendentala *Verkligheten* – tidsrelationer som skulle kunna spela rollen som en ontologisk sanningsgrund (dvs. som "truthmakers", för att använda en numera populär men svåröversatt term). Samtidigt måste han visa att tidsligheten, i någon mening, är empiriskt verklig. Med andra ord måste han göra det plausibelt att följande två teser är sanna:

(E) Tidsligheten är empiriskt verklig.

(T) Tidsligheten är transcendentalt ideal.

Kant har i huvudsak ett argument för (E). Argumentet kan tvådelas på följande sätt: (i) Vi har *a priori* kunskap om tidslig struktur (såsom samtidighet och efterföljd), med all den nödvändighet och oemotsäglighet detta för med sig, och (ii) det bästa sättet att förklara detta faktum är genom att tidsligheten är empiriskt verklig i meningen en form för åskådningen.[22] Kants diskussion av (i) och (ii) är ganska kondenserad och till sin argumentation förhållandevis summarisk, men låt oss titta närmare på det som finns att tillgå.

Kant diskuterar förnekandet av (i) då han betraktar förslaget att tidsliga relationer kommit till oss genom abstraktion utifrån erfarenheten, men invänder att detta skulle innebära att vi blev tvungna att förneka den oemotsägliga karaktären hos matematiska doktriner. Två saker kan sägas som kommentar till detta. För det första förutsätter argumentet Kants nära relation mellan matematik och tidslighetens åskådningsform. Men även om vi accepterar denna har det inom modern filosofi förts fram goda argument till fördel för att det inte måste finnas någon konflikt mellan motsäglig/felbar kunskap och *a priori* berättigad kunskap.[23] Med andra ord vilar Kants tillbakavisande på en mindre plausibel dikotomi mellan å ena sidan säker *a priorisk* kunskap och å andra sidan felbar *a posteriori* kunskap.

Detta leder oss över till förnekandet av (ii); att tidsligheten som empiriskt verklig är den *bästa* förklaringen av vår förmåga till *a priori* kunskap om tidsliga strukturer. För ett sätt att försöka upprätthålla den starka

[22] Kant (1998, s. 178ff. eller B46ff.). [23] Se exempelvis BonJour (1998).

epistemiska statusen hos matematiska doktriner – där vi antar att det ovan nämnda empiristiska förslaget fallerat – vore att postulera

> [...] två eviga, oändliga och självsubsistenta icke-entiteter (rum och tid), som existerar (men utan att vara verkliga) blott för att inrymma allting verkligt.[24]

Jag har svårt att förstå exakt vad Kant är ute efter i denna passage, i all sin mystiska prosa, men tolkar det som att detta skulle vara ett exempel på ett försök att förse matematiska doktriner med en ontologisk sanningsgrund. Kants kritik av detta förslag ger dock ytterligare en ledtråd. Han invänder nämligen, om jag tolkar honom rätt, att det blir svårt att förstå hur vi skulle nå kunskap om dessa icke-entiteter; att det är svårt att se hur epistemologin skulle se ut. Det verkar, med andra ord, som att Kant här tänker sig något i stil med den dikotomi mellan världen som fenomen och världen i sig själv som är karaktäristisk för hans filosofi. Förslaget blir för ontologiskt för att kunna finna en lämplig kantiansk epistemologi. Den ontologiska sanningsgrunden trillar ut i *Verkligheten* i sig, och där faller vår kunskap helt sonika till föga.

Man kan dock sannerligen ifrågasätta lämpligheten i att förutsätta denna dikotomi i beviset av (E). Det skulle emellertid inte vara att göra Kants argument full rättvisa om inte ytterligare en aspekt i sammanhanget kom fram. Aspekten i fråga ger sig till känna om vi övergår till (T), som säger att tidsligheten är transcendentalt ideal. Kant har i huvudsak två argument för detta påstående. Det första anknyter till vad vi just sa om (E): om tidsligheten vore transcendentalt verklig, hur skulle vi då kunna åtnjuta den kunskap som Kant menar att vi faktiskt gör om sådant som matematiska doktriner? Slänger vi ut tidsligheten i den transcendentala sfären följer möjligheten till matematisk kunskap med eftersom de båda är så tätt sammanbundna.

Förutom vad som sagts om detta resonemang ovan, kan en sak nu tilläggas. För varför kan vi inte anta att tidsligheten är såväl transcendentalt som empiriskt verklig, dvs. att (E) är sann men (T) falsk? Skulle inte tidsligheten kunna vara *såväl* en åskådningsform som ett transcendentalt objekt, eller kanske snarare en transcendental relation? (Att vi eventuellt inte kan ha någon kunskap om tidslighet såsom transcendentalt objekt är här helt enkelt inte relevant.) Mig veterligen är detta ingen fråga Kant tar upp. Men jag kan inte se varför den inte är berättigad, och framförallt inte varför Kant inte, i ljuset av den häftiga kritik han utsatts för vad gäller hans egna frikostiga kommentarer om de transcendentala tingens egenskaper och frånvaro av egenskaper, borde låta frågan vara fullständigt öppen.

Det kantianska resonemang som vi här riskerar att missa faller emeller-

[24] Kant (1998, s. 183 eller B56; min övers.).

tid tillbaka på en viss princip. Kants argument står och faller nämligen med huruvida vi accepterar vad P. F. Strawson kallat för Kants *signifikansprincip*, utifrån vilken ett begrepp – matematiskt såväl som icke-matematiskt – är meningsfullt först när det hänvisar till en möjlig erfarenhet. Kant själv skriver:

> Varje begrepp förutsätter, först och främst, begreppets logiska form (för tänkandet) i största allmänhet, samt, för det andra, möjligheten av ett relaterat objekt. *Utan detta senare har det ingen mening och saknar fullständigt innehåll*, även om det fortfarande kan innehålla begreppets logiska funktion utifrån vilket det gör begrepp av de data som finns till hands. [...] Följaktligen är alla begrepp, och tillsammans med dem alla principer, hur *a priori* de än må vara, icke desto mindre relaterade till den empiriska föreställningen, dvs. till data för möjlig erfarenhet. Utan sådana data har de ingen objektiv validitet överhuvudtaget, utan utgör bara en ren lek, om än med förståndets fantasirepresentationer.[25]

Strawson formulerar samma princip som följer:

> [...] det kan inte finnas någon legitim, eller ens meningsfull, tillämpning av idéer eller begrepp som inte relaterar dem till empiriska eller erfarenhetsmässiga villkor för deras tillämpning.[26]

Principens relevans för Kants argument skulle kunna beskrivas som att *om* tidsligheten och rumsligheten vore transcendentala ”entiteter” skulle signifikansprincipen inte vara tillämplig på dem. Men eftersom vi uppenbarligen har kunskap om tidsligheten och rumsligheten måste signifikansprincipen vara tillämplig på dem, och följaktligen kan de inte vara transcendentala entiteter.

Förutom att frågan ovan återstår (om varför inte (E) kan vara sann men (T) falsk) skulle jag dock vilja ifrågasätta att signifikansprincipen överhuvudtaget gör jobbet. Det jobb som Kant tänker sig att den ska göra är att gå från hans teori för hur den mänskliga sensibiliteten arbetar, till en ontologisk tes om varför en viss typ av transcendentala entiteter helt enkelt inte kan finnas. Men det som väsentligen bör noteras här är att Kant inte heller genom denna princip lyckas överbrygga denna klyfta mellan epistemologiska premisser och ontologiska slutsatser. Om principen accepterades skulle vi på sin höjd kunna säga att tal om transcendentala entiteter och de egenskaper som de kan ha eller sakna är *meningslöst* då de faller utanför vad vi överhuvudtaget kan stöta på inom den åskådning vi förlänats. Vad vi *inte* kan säga är att de inte existerar, har eller saknar den och den egenskapen, osv.

[25] Kant (1998, s. 340–1 eller A239/B298; min kurs. och övers.).
[26] Strawson (1966, s. 16; min övers.).

Kant har dock ett andra argument för (T). Han menar nämligen att om vi antar att tidsligheten är transcendentalt verklig trasslar vi in oss i en serie så kallade *antinomier*. Argumentet har kommit att kallas för *den första antinomin*.[27] Kants *Kritik* innehåller totalt fyra sådana, som alla tänks visa att

> Om vi som det vanligen görs tänker oss sinnesvärldens framträdelser som ting i sig själva, och om vi antar grundsatserna för deras förbindande som gällande allmänt för ting i sig själva och inte blott som grundsatser för erfarenheten, vilket är lika vanligt, ja oundvikligt utan vår kritik, ***då visar sig en oväntad motstridighet, som aldrig kan biläggas på det vanliga dogmatiska sättet, eftersom såväl sats som motsats kan demonstreras genom lika uppenbara, klara och oemotståndliga bevis*** [...]. Förnuftet ser sig således i konflikt med sig självt, ett tillstånd som skeptikern jublar över men som måste göra den kritiske filosofen eftertänksam och orolig.[28]

Den sats respektive motsats som Kant har i åtanke vad gäller den för vår undersökning relevanta första antinomin är (1) att världen har en början (gräns) med avseende på tid (och rum) och (2) att världen är oändlig i tiden (och rummet) med avseende på det förflutna. På formell prosa får vi

(1) $\exists x \forall y_{\neq x} B(x,y)$

respektive

(2) $\forall x \exists y_{\neq x} B(y,x)$

där x och y är diskreta tidpunkter på en linjär serie och B är en tvåställig relation som uttrycker relationen "...inföll vid en tidpunkt före...". Båda kan, hävdar Kant, demonstreras inom ramen för en *Transcendental Realism* (enligt vilken (T) är falsk) men då ingetdera av alternativen är möjligt måste denna realism förkastas. *Transcendental Idealism* (enligt vilken (T) är sann) å andra sidan, undslipper detta dilemma.

Låt oss titta närmare på (1) först, enligt vilken det finns en tidpunkt sådan att denna tidpunkt inföll före alla andra tidpunkter. Det finns med andra ord en första tidpunkt. (1) är enligt Kant omöjlig eftersom den implicerar att det fanns en tid då ingenting existerade. Och då ingenting existerar finns det ingenting som kan skilja olika delar av tiden åt, och följaktligen inte heller något som skulle kunna göra reda för varför det hela började när det gjorde. Strawson har påpekat att detta på sin höjd visar att frågan "Varför började det hela just när det började, snarare än vid en annan tidpunkt?" är i princip omöjlig att besvara.

[27] Se Kant (1998, 470ff. eller A426ff./B454ff.).
[28] Kant (2002, s. 101; min kurs.).

Slutsatsen att världen inte har någon början följer endast om det fanns goda skäl att tro att om världen hade en början, så måste frågan om varför den började vid ett tillfälle snarare än ett annat i princip ha ett svar. Kant ger oss inga skäl att tro detta.[29]

Vad gäller (2), om tiden som oändligt utsträckt, kan vi notera att Kant närmast verkar tänka sig att problemet är att det är omöjligt att mäta en sådan sträcka.[30] Men som, än en gång, påpekats av Strawson är det förhållandevis irrelevant för frågan om (2):s sanning, att ett sådant mätande måste börja vid en tidpunkt och följaktligen aldrig kommer att avslutas.[31, 32]

4. HUR SKA KANT FÖRSTÅS?

Det är lätt att misströsta i ljuset av argumenten ovan. Hur ska vi se på det jobb Kant tänker sig att argumenten för (E) och (T) ska göra? Och hur ska vi ställa oss till signifikansprincipen? Låt oss ta ett steg tillbaka bort från de djupa teoretiska sankmarker som vi onekligen trampat ner i och se närmare på en mer generell fråga rörande den övergripande teorin om tidsligheten och rumslighetens epistemologiska och ontologiska status.

En tolkning (för att inte säga ett rimliggörande) av Kants teori om tidsligheten och rumsligheten – som så vitt jag kan bedöma dessutom

[29] Strawson (1966, s. 178; min övers.).

[30] Se Strawson (1966, s. 176) och Posy (1992b, s. 294) för en sådan tolkning. Kant själv uttrycker det som att ”[seriens oändlighet] kan aldrig göras fullständig genom en successiv syntes” (Kant 1998, s. 470 eller A426/B454; min övers.).

[31] Se Strawson (1966, s. 176).

[32] Väljer vi att vända oss till *Prolegomena* för ett stärkande av Kants argument blir vi besvikna. Där konstaterar han blott att ”Vad jag nu tänker i rummet eller i tiden, om det får jag inte säga att det också utan denna min tanke, i sig självt, är i rummet och tiden; ty då skulle jag motsäga mig själv, eftersom rum och tid samt framträdelserna i dessa inte är något i sig självt och utanför mina föreställningar existerande, utan endast är föreställningssätt, och det är en uppenbar motsägelse att säga att det som blott är ett föreställningssätt också existerar utanför vår föreställning” (Kant 2002, s. 103). Det bör vara uppenbart för läsaren att detta resonemang inte tar oss någonstans i sammanhanget, då det helt sonika förutsätter vad som skall bevisas, nämligen att tidsligheten och rumsligheten inte är tillämpliga på *Verkligheten* i sig. Det bör även noteras att den avslutande meningen inte kan fungera som ett svar på min fråga i texten ovan, om varför inte tidsligheten kan vara såväl en föreställningsform som en egenskap tillämpbar på ting i sig – på *Verkligheten*. För det är trivialt att det som *blott* är ett föreställningssätt inte också existerar utanför vår föreställning.

inte är helt olik Strawsons ”spartanska” tolkning[33] – är att tolka Kant som framläggande blott en kunskapsteori i meningen en teori om hur den mänskliga kognitionen arbetar. Väsentligen innebär denna tolkning att Kant ”berövas” sin transcendentalidealistiska metafysik.

Åskådningen representerar något som Kant kallar fenomen genom sina två åskådningsformer. Den ena råkar överensstämma fullständigt med den euklidiska geometrin (vilket skulle kunna förklara varför vi har så svårt att föreställa oss vissa icke-euklidiska geometriska sakförhållanden åskådligt), något som emellertid inte säger något om huruvida (den transcendentala) världen är euklidisk. Detta är kanske bara ett faktum om den mänskliga kognitionen, precis som det mänskliga faktum att vi på en mer generell nivå, som Kant skriver, ”kan känna till individuella objekt direkt endast genom sinnesperception och inte blott genom intellektet”.[34] Det senare, såväl som det förra, är bara så det råkar förhålla sig med vårt kognitiva maskineri.

Inte heller säger Kants teori om relationen mellan åskådningsformerna och matematiken något om den matematiska världen (om vi nu tillåter oss att anta att en sådan inte är utesluten). Onekligen har vetenskapens arbetande utifrån den pythagoréiska hypotesen att världen i någon grundläggande mening är matematisk varit otroligt fruktsam, även om detta bevisar hypotesen sann i lika liten utsträckning som andra förklaringsmässiga dygder.[35] Lite polemiskt skulle man kunna säga att Kant, spartanskt tolkad, inte framlägger en hypotes analog med Pythagoras.

Det skulle emellertid kunna invändas mot denna tolkning att den bortser ifrån en väsentlig (om än inte alltid fullständigt explicit) komponent hos Kants filosofi, nämligen signifikansprincipen – en princip som ingen väl trodde att vi skulle slippa undan bara för att vi tog ett steg tillbaka. För om vi bortser ifrån antinomierna, verkar Kants argument mot tidslighetens och rumslighetens transcendentala realitet koka ner till en vädjan om att de i sådana fall skulle falla utanför sfären för vad som är meningsfullt och möjligt att skaffa sig kunskap om (för att inte tala om

[33] Se Strawson (1966, s. 47ff.). Då Kant är som mest hopplös i sina teoretiska eskapader är det lockande att läsa honom som framläggande en fenomenologisk undersökning, även om detta nog knappast var hans ambition. Icke desto mindre skulle den här diskuterade spartanska tolkningen kunna utgöra grunden för en sådan läsning.

[34] Kant citerad i Thompson (1992, s. 85; min övers.).

[35] Det kan dock vara på sin plats att påminna om den vetenskapsteoretiska diskussionen kring *the no miracle argument* (se exempelvis Boyd [1984] och Putnam [1975]) där vetenskapens enorma framgång vad gäller förutsägelser och dylikt tänks fungera just som ett starkt argument för att vetenskapen är åtminstone approximativt sann.

vad det är möjligt att skaffa sig syntetisk *a priori* kunskap om!). Och givet denna princip kan vi, om vi följer Kant, dra ontologiska slutsatser ur epistemologiska premisser. Och just här har vi den transcendentalidealistiska tolkningen av Kant.

5. FÖRHÅLLANDET MELLAN KANTS TEORI OCH DEN PYTHAGORÉISKA HYPOTESEN

Mot bakgrund av denna distinktion mellan en spartansk och en transcendentalidealistisk tolkning av Kant återvänder vi till denna texts ursprungliga fråga: i vilket avseende bryter Kant med den pythagoréiska traditionens syn på matematik, såsom denna levt vidare i form av den pythagoréiska hypotesen? Om vi väljer en spartansk tolkning blir svaret ”inte i någon intressant mening”. Kant framlägger blott en epistemologisk teori om den mänskliga kognitiva apparaten samt relationen mellan denna och de matematiska sanningarna (om vi begränsar oss till den del av Kants filosofi som är relevant för vår undersökning). Han säger dock ingenting om de matematiska sanningarnas ontologi. Finns det en ontologisk sanningsgrund för matematiska utsagor? Varför lämpar sig matematik så bra för att beskriva verkligheten, sådan den ytterst är? Är allt tal? Kant förhåller sig, i denna tolkning, neutral i dessa och liknande frågor.

Tolkad så, begränsar sig hans teori till att lägga fram en karta över hur vi genom vår receptiva sensibilitet mottar intryck genom att representera fenomen genom åskådningsformerna tidslighet och rumslighet. Detta grundläggande representerande behandlas sedan vidare genom den aktiva förståelsen, där åskådningens material syntetiseras och förenas genom kategorier och begrepp, för att slutligen mynna ut i (objektiv) erfarenhet. Den säger dock inget om vad som finns eller inte finns i *Verkligheten* i sig i form av entiteter och egenskaper, av den enkla anledningen att detta faller utanför ramen för ett epistemologiskt projekt.

Så är dock inte fallet om vi i stället utgår ifrån en transcendentalidealistisk tolkning. Givet denna tolkning försöker Kant verkligen dra ontologiska slutsatser utifrån de argument som behandlades i sektion 3 ovan. Och oavsett om han lyckas med detta eller ej – jag har ovan argumenterat för att han inte lyckas, och särskilt för att hans argumentation väsentliga signifikansprincipen inte lyckas göra jobbet – så går blotta försöket stick i stäv med den pythagoréiska bilden av världens mest grundläggande struktur.

Kant själv skulle kanske påstå att hans teori i grunden är fullt förenlig med den pythagoréiska, på samma sätt som Lamberts argument mot tidslighetens transcendentala idealitet av Kant besvaras med ett skenbart medgörligt ”Jag håller med. Tiden är sannerligen verklig”.[36] Men, som van Cleve påpekat, rör detta sig bara om ett skenbart medhållande.[37] Tidslighet är hos Kant inte alls något verkligt, om vi håller oss till den innebörd av verklig som Lambert var ute efter, nämligen transcendentalt verklig. Och på samma sätt skulle Pythagoras nog knappast nöja sig med en mindre verklig verklighet.

För hos Pythagoras består världen i en väldigt direkt bemärkelse av tal. Hos moderna vetenskapsmän som arbetar efter den pythagoréiska hypotesen – och om man får tro Poirier Martinsson (2003) rör detta sig om en klar majoritet – nöjer man sig med att mena att världen av någon anledning lämpar sig alldeles utmärkt (för att inte säga *bäst*) för att beskrivas i matematiska termer. Kanske beror detta inte på att världen *består* av tal, men icke desto mindre har tal och deras relationer visat sig vara högst bekvämt tillämpliga på världen.

Jag skulle härmed vilja avsluta föreliggande text genom att rekapitulera mina två slutsatser. *För det första* har jag argumenterat för att Kant, utifrån en spartansk tolkning, inte lägger fram något som strider mot den här diskuterade pythagoréiska hypotesen, även om han inte uttryckligen försvarar den heller. Detta gäller dock inte vid en transcendentalidealistisk tolkning av Kant, utifrån vilken den pythagoréiska hypotesen måste vara falsk, då matematiken överhuvudtaget inte är tillämplig på *Verkligheten*. *För det andra*, har jag samtidigt argumenterat för att Kant, om han läses transcendentalidealistiskt, inte på något övertygande sätt lyckas fastslå sina slutsatser rörande matematikens bristande tillämplighet på *Verkligheten* i sig, i huvudsak på grund av att han förlitar sig på en signifikansprincip som i det här sammanhanget helt enkelt inte gör det jobb som krävs.[38]

[36] Kant (1998, s. 182 eller A37/B54).

[37] Se van Cleve (1999, s. 54).

[38] Tack till Helge Malmgren, Roland Poirier Martinsson, Lars Bergström, Kent Gustavsson, Lars Hedlund och Jan Almäng för kommentarer på tidigare versioner av föreliggande text.

LITTERATUR

BonJour, Laurence.1998. *In Defense of Pure Reason: A Rationalist Account of A Priori Justification*. Cambridge: Cambridge University Press.

Boyd, Richard 1984. "The current status of scientific realism," i Leplin, Jarrett (ed.), *Scientific Realism*. Berkeley and Los Angeles, California: University of California Press, s. 41–82.

Dales, H. G. & Oliveri, G. 1998. *Truth in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press.

Gasking, Douglas. 1965. "Matematiken och verkligheten", i Newman (1965).

Kant, Immanuel. 1998. *The Critique of Pure Reason* (övers. P. Guyer & A. W. Wood). Cambridge: Cambridge University Press.

Kant, Immanuel. 2002. *Prolegomena till varje framtida metafysik som skall kunna uppträda som vetenskap* (övers. Marcel Quarfood). Stockholm: Thales.

Kline, Morris. 1972. *Mathematical Thought form Ancient to Modern Times*. New York: Oxford University Press.

Newman, James R. 1965. *Sigma: En Matematikens Kulturhistoria* (2:a upplagan). Stockholm: Forum.

Parsons, Charles. 1984. "Arithmetic and the categories", *Topoi* vol. 3, s. 109–121.

Parsons, Charles. 1992. "Kant's philosophy of arithmetic", i Posy (1992a).

Poirier Martinsson, Roland. 2003. *Russells kalkon: En bok om hur Gud och vetenskapen formade den västerländska kulturen*. Stockholm: Norstedts.

Posy, Carl J. 1992a. *Kant's Philosophy of Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Posy, Carl J. 1992b. "Kant's mathematical realism", i Posy (1992a).

Putnam, Hilary. 1975. *Mathematics, Matter, and Method: Philosophical Papers vol. 1*. Cambridge: Cambridge University Press.

Strawson, P. F. 1966. *The Bounds of Sense*. London: Methuen.

Thompson, Manley. 1992. "Singular terms and intuitions in Kant's epistemology" i Posy (1992a).

Van Cleve, James. 1999. *Problems from Kant*. New York & Oxford: Oxford University Press.