FREDRIK STJERNBERG

En ny attack på vetbarhetsparadoxen

Antirealister anser att om något är sant, så kan man också i princip veta att det är sant; sanning implicerar vetbarhet. Fitchs paradox, eller vetbarhetsparadoxen, har givit antirealister besvär, även om det inte är en formell paradox (den avslutas inte med en motsägelse, utan med något som borde vara svårt att acceptera för antirealisten).[1] Det som är problematiskt med paradoxen är att den verkar visa att om alla sanningar är vetbara, så är de också kända, och detta verkar vara direkt fel. Det finns flera olika sätt att hantera paradoxen, och här skall jag diskutera en föga utforskad metod att hantera den, ett sätt som är inspirerat av metoder för att hantera andra paradoxer där begrepp som *kunskap* används. Denna artikel har tre delar. Först skisserar jag vetbarhetsparadoxen, och beskriver den föreslagna lösningen. I den andra delen anför jag några saker som talar för förslaget, och i den tredje diskuteras vilka effekter den föreslagna lösningen har för antirealismen, uppfattad som tanken att alla sanningar måste vara vetbara.

1. En skiss av paradoxen och det nya förslaget

Vi introducerar en satsoperator *K*. Denna operator skall intuitivt förstås som "det är känt vid något tillfälle att ...". Användningen av denna operator kan bestämmas genom följande postulat:

(i) $K(\varphi\&\psi) \rightarrow K\varphi\&K\psi$

Detta betyder att om en konjunktion är känd, så är bägge konjunkterna kända; *K*-operatorn distribuerar över konjunktion. Vidare gäller att om

1 Paradoxen presenterades för första gången av Fitch i hans "A Logical Analysis of Some Value Concepts", och har diskuterats flera gånger i denna tidskrift.

Filosofisk tidskrift 1997 nr 1, 17-23

något är känt, så är det också sant:

(ii) $K\varphi \rightarrow \varphi$

Det tredje postulatet är det specifikt antirealistiska, som just säger att om något är sant, så är det också (i princip) möjligt att känna till det:

(iii) $\varphi \rightarrow \Diamond K\varphi$

Dessa tre postulat verkar vara rimliga krav att ställa på ett antirealistiskt kunskapsbegrepp, men de leder till problem. Antag att det finns åtminstone en sanning som faktiskt inte kommer att bli känd:

(1) $p\&\neg Kp$

Givet (iii) ovan, så borde det vara möjligt att känna till (1):

(2) $\Diamond K(p\&\neg Kp)$

Eftersom det som kan vetas är en konjunktion, och *K*-operatorn distribuerar över konjunktion (enligt (i)), så får vi:

(3) $\Diamond(Kp\&K\neg Kp)$

I kraft av (ii) kan vi eliminera det första *K*:et i den andra konjunkten, och vi får då

(4) $\Diamond(Kp\&\neg Kp)$

vilket är absurt. Eftersom antagandet (1) ledde till en motsägelse, kan vi förkasta (1):

(5) $\neg(p\&\neg Kp)$

Detta är klassiskt ekvivalent med

(6) $(p \rightarrow Kp)$

vilket just säger att om något är sant, så är det också känt av någon vid något tillfälle. Flera olika sätt att hantera detta ovälkomna resultat har prövats, och jag skall inte ta upp dessa här. Här skall jag i stället ta upp ett annat möjligt sätt att stoppa paradoxen, först en enkel och osofistikerad metod, sedan en mer intressant och sofistikerad.

Betrakta först (2) ovan. Vad skulle det kunna innebära att säga att det är känt att något inte är känt? Paradoxen kan förhindras genom att man inte låter *K*-operatorn operera över satser där en *K*-operator redan förekommer, dvs att man inskränker (iii) så att detta postulat gäller endast då satsen φ är fri för K. Detta drastiska steg försvagar antirealismen, eftersom det inte längre innebär att alla sanningar ses som vetbara; de enda satser som garanterat är vetbara är sådana som inte redan innehåller förekomster av K-operatorn. Då har paradoxen förhindrats, eftersom steget från (1) till (2) ovan inte längre är giltigt utifrån de postulat som angivits för K-operatorn. Nackdelen med denna inskränkning av antirealismen är att det inte är särskilt lätt att se vad det skulle finnas för oberoende skäl för den. Det tycks vara *ad hoc* att inskränka (iii) på det angivna sättet. En på detta sätt inskränkt antirealism verkar också vara en försvagning som överger den ursprungliga antirealistiska positionen, även om det i och för sig är en icke-trivial tanke att alla satser som handlar om något vi kunde kalla *platta fakta* – fakta som inte inbegriper ett vetande subjekt – är vetbara. Det finns emellertid ett mer sofistikerat sätt att utveckla denna väg ut ur paradoxen.

Denna andra utväg är att introducera en hierarki av K-operatorer. Den allmänna idén är att om p är ett platt faktum, så kan man K_0 den, medan denna nya sats är möjlig att K_1, och så vidare. Om en sats innehåller ett K_n, så är det möjligt att K_{n+1} den. Principerna som reglerar användningen av den ursprungliga K-operatorn ändras på följande sätt:

(i*) $K_n(\varphi\&\psi) \rightarrow K_n\varphi\&K_n\psi$

(ii*) $K_n\varphi \rightarrow \varphi$

(iii*) Om φ är en sats som handlar om ett platt faktum (dvs om det inte finns några förekomster av K-operatorn i φ), så $\Diamond K_0\varphi$
Om φ innehåller K_n som högsta operator, så $\Diamond K_{n+1}\varphi$

En klausul om välbildadhet krävs nu också, och motiveringen för denna klausul kommer att diskuteras senare:

(VB) Om φ innehåller K_n som högsta operator, så måste den K-operator som styr φ vara K_{n+m}, där m $\geq$ 1. Ingen sats med den omvända formen, $K_n\varphi$, där φ innehåller K_{n+m}, är välbildad.

Nu kan paradoxen undvikas. I stället för det ursprungliga antagandet (1) får vi nu

(1*) $p\&\neg K_0 p$

Nästa steg blir

(2*) $\Diamond K_1(p\&\neg K_0 p)$

vilket undviker motsägelser, eftersom de följande stegen är

(3*) $\Diamond(K_1 p\&K_1\neg K_0 p)$

och

(4*) $\Diamond(K_1 p\&\neg K_0 p)$

vilket inte är en motsägelse. Därmed har paradoxen hanterats i en teknisk mening, men den huvudsakliga svårigheten är att förstå vad den föreslagna revideringen av K-operatorn och principerna för denna operator egentligen uppgår till.

2. *Stöd för det nya förslaget*

Det finns två centrala svårigheter med förslaget. För det första verkar det vara *ad hoc* i likhet med andra typer av hierarkiska lösningar av paradoxer. För det andra verkar det föra med sig en försvagning av antirealismen. Detta andra problem kommer att diskuteras i nästa avsnitt.

Vad betyder indexen på K-operatorn, och varför skulle vi införa en sådan hierarki? Den mest omedelbara förklaringen skulle kunna vara att indexen motsvarar skillnaden mellan ”att veta att p” och ”att veta att man vet att p”, och så vidare. Detta kunde kanske vara en användbar utgångspunkt, men kan inte vara mer än en första start – denna förklaring ger inget skäl för att tro att en hierarki av indexerade K-operatorer skulle vara nödvändig.

Ett oberoende skäl för att införa en sådan hierarki kan man hitta om man tittar på några andra paradoxer där en K-operator finns med. En sådan skulle kunna kallas *Ovetaren*:

(*) Denna sats är inte vetbar

Satsen är paradoxal för antirealisten: om den är sann är den vetbar, och om den är vetbar är den falsk. Detta tycks driva in en kil mellan sanning och vetbarhet. Ett sätt att hantera Ovetaren skulle vara att introducera just en hierarki av K-operatorer, och sedan utesluta (*) med hänvisning till att den inte är välbildad, analogt med hur Tarskis sanningsteori hanterar Lögnaren. Paradoxen som kallas Vetaren (The

Knower)[2] har en liknande struktur, och kan hanteras på ett liknande sätt. Därmed finns det faktiskt vissa oberoende skäl för att introducera en hierarki av indexerade K-operatorer, och detta försvagar invändningen att förslaget skulle vara *ad hoc*. Enligt det föreliggande förslaget är vetbarhetsparadoxen en paradox därför att den hör till familjen av självreferentiella paradoxer (en verklig problemfamilj), och där hittar man den verkliga svårigheten bakom vetbarhetsparadoxen, inte i tanken att alla sanningar skulle vara vetbara.

Kanske finns det då oberoende skäl för att indexera K-operatorn. Men hur skall dessa index då förstås mer informellt? Det är inte alldeles enkelt att avgöra hur viktigt det är att besvara denna fråga. I Tarskis sanningsteori finns det en skillnad mellan de två sanningspredikaten *Sann-i-*L_{14} och *Sann-i-*L_{17}, men vi förväntar oss inte att vi skall kunna förstå denna skillnad isolerat från den tekniska formuleringen. Ändå borde det gå att få någon sorts förståelse av skillnaden mellan K_0 och K_1 från en informell förklaring. Denna informella förklaring skulle också tala om varför (VB) borde vara med. Det kommer nämligen att visa sig att (VB) faktiskt leder till vissa svårigheter för antirealisten, så varför skall den vara med? Ett skäl för att ha med (VB) är att den krävs för att slippa undan Ovetaren, ett annat är att det tycks som om vissa restriktioner måste läggas på användningen av indexerade operatorer. Vadsomhelst kan inte tillåtas, och (VB) bidrar där till att ge de olika indexen en bestämd mening.

Ett förslag, som bygger vidare på det informella förslag som gavs i början av detta avsnitt, kunde vara att säga att indexen speglar hur väl reflekterad kunskapen är; mer genomreflekterad kunskap får ett högre index. I satsen (4*) ovan skulle den första konjunkten betyda något i stil med "Det är känt att p, medan vi beaktar den tidigare okunskapen om p". Om den första konjunkten helt enkelt betydde "Det är känt att det är känt att p", så skulle K_1p implicera K_0p, och vi skulle fortfarande få paradoxen. Det skall villigt erkännas att denna förklaring av vad indexen betyder inte är särskilt tillfredsställande, men jag tror att en utveckling av denna förklaring är rätt sätt att förstå indexen.

2 Se artiklarna av Kaplan & Montague, Anderson, Grim.

3. *Effekter för antirealismen*

Detta förslag kommer att ha vissa effekter på antirealismen. Det verkar som om introduktionen av en hierarki av indexerade K-operatorer håller fast vid det som antirealisten vill säga, om än i en något förändrad form. Denna reviderade antirealism – HAR, för *hierarkisk antirealism* – hävdar att om något är sant, så kan det bli känt någonstans i hierarkin av K-operatorer:

(HAR) $p \rightarrow \exists n \Diamond K_n p,\ n \geq 1$

Kanske är detta vad antirealisten skulle ha sagt hela tiden. Nu undkommer man vetbarhetsparadoxen, medan man bibehåller en antirealistisk grundtanke. Om de parallella skälen för att introducera indexerade sanningspredikat – som hos Tarski – accepteras, så finns det hursomhelst goda skäl för att indexera K-operatorn. Enligt denna hierarkiska antirealism kommer alla sanningar att bli kända i den gradvisa utvecklingen av kunskapen – när kunskapen utvecklas och blir bättre reflekterad och förankrad, så kommer den att hinna ikapp alla sanningar som finns. Denna form av antirealism kommer då också att kunna tolerera en utveckling av själva kunskapsbegreppet, så att nya uppfattningar om vad som är till exempel ett bevis får plats inom den antirealistiska uppfattningen. Peirces tanke, att sanning är det som alla rationella betraktare i slutändan kan enas kring, borde kanske bäst ses som formulerad av denna hierarkiska antirealism. Den besvärande vetbarhetsparadoxen kan hanteras (liksom Ovetaren), utan att den grundläggande antirealismen ges upp.

Det finns emellertid ett pris att betala. Det första problemet är att presentera en acceptabel förklaring av vad introduktionen av nivåer av kunskap verkligen betyder. I denna uppsats har ingen tillfredsställande förklaring givits, även om vissa små steg kan ha tagits. Här finns förvisso utrymme för fortsatt arbete, men detta problem behöver inte vara särskilt besvärande för just antirealisten – kanske är det så att varje mer formaliserat begrepp om kunskap måste utvecklas på ett sätt i linje med det som utvecklas här; när allt kommer omkring är ju Vetaren, den paradox som först ledde till införandet av en hierarki av K-operatorer, inte ett problem bara för antirealister.

Det andra problemet är att själva doktrinen (HAR) är omöjlig att formulera på ett antirealistiskt acceptabelt sätt: hur skulle (HAR) kunna bli känd? Det finns helt enkelt ingen plats i hierarkin av indexerade K-

operatorer där denna sats skulle kunna bli känd, inget kunskapsbegrepp som är lämpligt för att känna till sanningar av detta slag (om det nu är en sanning) har presenterats. Därför gäller att även om alla sanningar kan bli kända någonstans i hierarkin, så kommer det alltid att finnas åtminstone en sanning som inte kan bli känd – sanningen om alla vetbara sanningar. (HAR) kunde därför inte formuleras och ses som en sann doktrin, (HAR) är inte något vi kan säga om sanning, givet den antirealistiska sanningsuppfattningen. Man kan ställa sig till detta resultat på (minst) två sätt. Det ena är att säga att antirealism fortfarande inte är riktig, eftersom den vilar på ett ovetbart, alltså inte sant, påstående. Det andra sättet är att säga att antirealismen är riktig, men inte kan formuleras – den är något som endast kan visas.[3]

Litteratur

ANDERSON, C A, "The Paradox of the Knower", *Journal of Philosophy* 80 (1983)

FITCH, F, "A Logical Analysis of Some Value Concepts", *The Journal of Symbolic Logic* 28 (1963)

GRIM, P, "Truth, Omniscience, and the Knower", *Philosophical Studies* 54 (1988)

KAPLAN, D & R MONTAGUE, "A Paradox Regained", *Notre Dame Journal of Formal Logic* (1960)

3 Tack till Lars Bergström, Peter Pagin, Wlodek Rabinowicz och Tim Williamson för kommentarer till en tidigare version.