bråttom för att få ut den svenska upplagan medan boken fortfarande var aktuell och omskriven. Det har emellertid lett till pinsamma översättningsgrodor. Den värsta hittar man på sidan 340, där det i den svenska utgåvan står att "alla människor är föremål i sig" enligt Kant vad det nu skall betyda. Kant hävdade, som bekant, att alla människor skall behandlas som *ändamål* i sig. Ändamål heter på norska "formål", så misstaget är lättförklarat. Men skulle någon få för sig att Kant menade att människor skall betraktas som föremål, vore det kanske inte helt riktigt. På sidan 459 påstås det att Nietzsche ville göra en "utvärdering av alla värden". Riktigt så välanpassad till nutida pedagogik och utredningssvenska var inte Nietzsche.

Ragnar Ohlsson

Bertil Mårtensson, *Logik. En introduktion*, Studentlitteratur, Lund, 1993, 301 sidor

---

Bertil Mårtenssons nyligen utkomna lärobok i logik erbjuder en hel del roande läsning i form av logiska tankenötter, deckargåtor och exempel på korrekta såväl som inkorrekta slutledningar. Ett hundratal övningar finns också insprängda i texten, varav alla utom ett fåtal har försetts med lösningsförslag i ett appendix. I huvudsak består boken av tre delar. De första femton kapitlen behandlar elementär satslogik och utgör drygt halva boken, så följer tre kapitel om predikatlogik, vilka utgör en knapp tredjedel av sidantalet, ett kapitel om naiv mängdlära och, slutligen, ett kapitel på knappt tjugo sidor om metalogik.

Satslogik

Denna del av logiken behandlas mycket utförligt. Exempel och övningar förekommer i överflöd och, förutom formella härledningsregler, sanningsvärdestabeller etc, presenteras ett stort antal transformationsregler, strategier för slutledningar och 'typiska felslut'. Tyvärr saknas dock i det närmaste all metateori och ett par oklarheter uppträder i texten.

Begreppet välformad formel ges två definitioner (s 41). Först en som kräver parenteser kring alla satsvariabler och sedan den vanliga definitionen. Man ges sedan intrycket att dessa parenteser krävs av tekniska skäl, men att vi ändå kan bortse ifrån dem. Några sådana tekniska skäl anges dock inte och sanningen är förstås att det inte finns några.

På sidan 72 presenteras en enklare variant av fullständighetssatsen, $A \vdash B$ omm $A \models B$, som en definition. Man undrar vad som definieras och blir inte klokare då det på nästa rad frågas hur vi skall uppfylla detta krav på "semantisk konsekvens". I ett långt senare avsnitt presenteras så ett härledningssystem och fullständighetssatsen formuleras, tyvärr utan bevis.

I avsnitt 9.5 introduceras begreppet 'mekanisk metod'. Mårtensson anknyter i texten till datorer och algoritmer, men i definitionen blir det inte helt rätt: "Def. En mekanisk (algoritmisk) metod att lösa ett problem är en exakt beskrivbar stegvis procedur som ger svaret på frågan i ett ändligt antal steg." Nu är det ofta lätt att exakt beskriva en stegvis procedur som ger svaret på frågan i ett ändligt antal steg utan att denna procedur är rekursiv och det är svårt att förstå varför inte kopplingen till t ex datorer har utnyttjats i definitionen.

Slutligen ställer jag mig mycket frågande till att ägna satslogikens elementa över 140 sidor, utan att bevisa någon som helst metateori. Intrycket blir lätt att de formella bevisen är 'för svåra', och man frånhänder sig möjligheten att utnyttja satslogikens enkelhet till att presentera en metalogisk begreppsapparat utan skymmande komplikationer. Det satslogiska språket spelar en alldeles utmärkt pedagogisk roll när man introducerar formella språk. Däremot är det svårt att hitta 'riktiga' tillämpningar, vilket också visar sig i Mårtenssons text; exemplen bär en prägel av lek och spel.

Predikatlogik

Dessvärre hittar jag i denna del av boken en hel del oklarheter och några direkta felaktigheter, varav de allvarligaste rör semantiken. Man konstaterar först att predikat inte tilldelas någon särskild ställighet. Ställigheten bestäms av antalet efterföljande termer (s 176). Som exempel på atomära formler ges bl a Aab och Aazb, och samtidigt är formler som (Aab & Aazb) fullt tillåtna. Detta är naturligtvis förvirrande och måste hanteras med försiktighet om sanningsdefinitionen skall bli korrekt. Mårtensson bortser helt från problemet och definitionen av tolkning blir därmed felaktig: "Def. När vi 1) gett mening åt predikaten $P_1, \ldots, P_n$, 2) angett en domän V, och 3) specificerat vilka sanningar som gäller för individerna i V med avseende på predikaten $P_1, \ldots, P_n$, så har vi en *modell* av den predikatlogiska formeln. I denna modell tolkas formeln som en antingen sann eller falsk sats om individerna i V" (s 186). Här undrar man för det första vilka tolkningar som är tillåtna för de olika predikaten, något som uppenbarligen måste bero av deras ställighet och kan variera i en och samma formel. För det andra undrar man var individkonstanterna har tagit vägen. För det tredje undrar man vad punkt 3) i definitionen över huvud taget betyder. Är det verkligen predikaten som avses här, så blir 3) helt obegriplig, är det i stället tolkningarna av dem som avses, så följer väl detta av 1) och 2)?

Sedan följer en sanningsdefinition i termer av satisfierbarhet. Igen blir det hela inte riktigt rätt: Först definieras satisfierbarhet på följande sätt. "Om vi genom att sätta in a i stället för x i F(x) erhåller en sann sats, satisfierar a F(x)" (s 187). Man blir något förbluffad. För det första är det tydligen individkonstanter och inte individer eller sekvenser av individer som satisfierar formler. För det andra är det bara formler med en fri variabel som kan satisfieras. För det tredje definieras tydligen satisfierbarhet i termer av sanning! Sanningsdefinitionen som följer kan förstås inte bli korrekt: "∀xF är sann i M omm F är satisfierad av varje individ i M" (s 188). Här är det plötsligt individer och inte konstanter som satisfierar formler och förvirringen har blivit total.

Utan att något sagts om predikatlogiska härledningsregler nämner så Mårtensson Gödels fullständighetssats (s 190), utan att nämna den vid namn och utan referens till Gödel. Det tycks mig något märkligt att nämna ett av logikens kanske viktigaste resultat utan en enda kommentar eller hänvisning och detta innan härledningsbegreppet ens har definierats.

Det följande kapitlet presenterar ett härledningssystem och därefter kommer ett kapitel om logik med identitet.

Tyvärr måste jag konstatera att presentationen av predikatlogiken ger ett mycket förvirrat intryck. Enkla begrepp introduceras med en ofta inkorrekt definition, detta gäller exempelvis fri/bunden variabelförekomst, och intrycket som förmedlas är att predikatlogiken är oerhört komplicerad; så svår att man måste fuska för att kunna presentera den i begriplig form. I själva verket bidrar naturligtvis en sådan framställning till myten om logik som något svårt och otillgängligt.

Metalogik

De mest flagranta misstagen stöter man på i det avslutande kapitlet och, igen, skall jag bara nämna de grövsta felen. Efter en något otydlig diskussion om oändlighetsbegreppet, försöker Mårtensson bevisa att mängden av irrationella tal mellan 0 och 1 inte är en uppräknelig mängd. Han börjar då med att definiera ett irrationellt tal som "ett tal som p, dvs ett decimaltal som aldrig tar slut" (s 262). Eftersom t ex det rationella talet 1/7 = 0,142857 <u>142857</u>... är ett rationellt tal och just ett 'decimaltal som aldrig tar slut' undrar man nu om det verkligen är irrationella tal som avses, och definitionen har blivit galen, eller om det är reella tal i allmänhet. Dessvärre spelar detta ingen roll då den efterföljande diagonaliseringen inte leder till rätt resultat: Om vi antar att vi har en uppräkning av de irrationella talen, så har vi ingen som helst garanti för att diagonaliseringen inte leder till ett rationellt tal, och antar vi att det är de reella talen som räknats upp ges ingen garanti för att diagonaliseringen leder till ett nytt tal. Det senare beroende på att det finns tal med olika representationer som decimaltal. Till slut blir man lite förvånad: Antagandet i beviset är att det finns en uppräkning av decimaltalen. Efter att detta motsagts, modulo en del ändringar, och beviset är i hamn, talas det om att upprepa diagonalmetoden igen efter att ha lagt till diagonalelementet och att detta skulle motsvara en mekanisk metod att generera tal som inte kommit med på listan osv. Varför skymma det faktum att beviset är klart i och med att antagandet är motsagt?

På sidan efter kommer så ett märkligt resonemang: Först läggs de naturliga och sedan de rationella talen ut på en tallinje. Därefter konstaterar Mårtensson att mängden av reella tal är tät och tar detta till intäckt för att den är överuppräknelig. Här nämns dock inte att den uppräkneliga mängden av rationella tal också är tät; mellan två reella tal finns alltid ett rationellt tal. I själva verket är ju detta ett mycket bra exempel på att ordning och kardinalitet inte är så intimt förknippade som man kanske kan tro.

Så följer en kort presentation av Gödels ofullständighetssats. Ett exempel på en gödelnumrering ges (s 271), men tyvärr så förenklad att idén har förfelats. Avsikten med att gödelnumrera språket är ju att syntaktiska egenskaper hos formler, bevis etc skall svara mot aritmetiska egenskaper hos dessa entiteters gödelnummer, och detta på ett i den aritmetiska teorin hanterbart sätt; avgörbara egenskaper motsvaras av definierbara aritmetiska relationer. Om detta sägs ingenting, utan vi får i stället veta följande: ”Det språk vi diskuterar har ju konstruerats för att kunna fälla omdömen om bevisförhållanden.” (s 271). Eftersom språket ifråga väsentligen är språket för Peanos aritmetik, är detta helt enkelt fel; det har konstruerats för att man skall kunna bedriva talteori. Vidare sägs att vissa formler i en alfabetiskt ordnad lista kommer att uttrycka

”Det finns inget bevis för formeln med Gödeltalet w”

och att ”därmed” någon av dessa formler kommer att uttrycka

”Det finns inget bevis för formeln med Gödeltalet k”

och att denna formel själv har Gödeltalet k (s 272). I stället för dessa kryptiska och synnerligen vilseledande formuleringar, det lilla ”därmed” rymmer i själva verket den mest tekniska delen av Gödels bevis, vore det på sin plats att formulera diagonallemmat, gärna utan bevis eller bara med en enkel men korrekt bevisidé, och sedan härleda t ex Gödels ofullständighetssats och Tarskis resultat om sanningspredikat.

Alltnog, satsen ”Jag är en obevisbar sats” används sedan för att visa ofullständighet med argumentet att om vi i T kunde härleda en sats som påstod att den inte var härledbar så skulle T vara inkonsistent. Men detta är naturligtvis inte korrekt; T skulle i så fall vara falsk, men inte nödvändigtvis inkonsistent. Antingen får man förfina argumentet här eller formulera Gödels sats endast för sanna teorier.

Kapitlet slutar sedan i kaos: Efter Gödels resultat får vi veta att detta generaliserades av Church till att "varje predikatlogisk teori med flerställiga predikat är oavgörbar" men att monadisk logik har en avgörbarhetsmetod (s 272). Detta är rent nonsens; det finns gott om avgörbara, predikatlogiska teorier som involverar flerställiga predikat. Uppenbarligen har Mårtensson här blandat ihop avgörbarhet hos språk med avgörbarhet hos teorier. Det är riktigt att predikatlogiken som språk är oavgörbar, men detta innebär i sig bara att en enda predikatlogisk teori, den som helt saknar ickelogiska axiom, är oavgörbar och innebär knappast en generalisering av ofullständighetssatsen. Dessutom har det inte sagts ett enda ord om att t ex Peanos aritmetik skulle vara oavgörbar. Visserligen är den det, men detta följer inte av ofullständigheten, utan kräver ett eget argument och något sådant ges inte i texten. Man får inte heller någon information om vilka teorier som Gödels resultat handlar om; att det finns fullständiga, rekursiva axiomatiseringar av aritmetiken i andra logiker och att det finns fullständiga, men inte rekursiva, aritmetiska teorier i predikatlogiken, etc. Det är synd att Mårtensson inte utnyttjar tillfället till att reda ut begreppen och ge lite mer fyllig information kring Gödels ofullständighetssatser, Tarskis sats om odefinierbarhet av sanning och Churchs båda oavgörbarhetsresultat.

Som avslutning återvänder Mårtensson till mängdteorin och oändlighetsbegreppet. På sista sidan sägs om kontinuumproblemet att "Paul Cohen har visat att problemet är olösbart. Det avhänger [...] urvalsaxiomet [...] . De arbeten som senare utförts, tyder eventuellt – i alla fall enligt Gödel – på att teorin är ofullständig. [...] . Bland annat anar man att det 'finns' kardinaltal bortom vad ZF-axiomen kan generera" (s 273). Allt detta är mycket förbryllande. Gödels och Cohens resultat visar att kontinuumhypotesen inte kan avgöras i just Zermelo-Fraenkels mängdteori, ZF, utökad med urvalsaxiomet, AC. Det finns dock förslag på axiom som avgör denna hypotes och det är inte riktigt att kontinuumhypotesen är avhängig av urvalsaxiomet; den generaliserade kontinuumhypotesen, GCH, implicerar AC, men inte tvärtom. Vilken teori är det som eventuellt är ofullständig? Att ZF och ZF + AC och ZF + GCH etc är ofullständiga är ju något man vet; det gäller alla konsistenta, rekursiva teorier i språket för ZF som omfattar ett svagt fragment av ZF. Sedan finns det förstås gott om fullständiga teorier i det mängdteoretiska språket, precis som i varje annat första ordningens språk. Och vilka kardinaltal är det vars existens anas? Är det s.k. stora kardinaltal som avses är knappast 'anas' ett adekvat uttryck. Exempelvis är ZF inte konsistent med mindre än att det finns kardinaltal utöver de vars existens kan bevisas i ZF.

Slutligen några allmänna kommentarer. Det är synd att boken saknar index, speciellt som det är svårt att hitta relevanta definitioner etc då man bläddrar i texten. Det är också synd att typografin inte valts med större omsorg. Logiken har på senare tid utvecklat en relativt standardiserad symbolik och det hade varit bättre om författaren använt t ex $\wedge$ och $\vee$ i stället för & och v, $\perp$ och $\top$ i stället för K och T och mängdklamrar, {, }, i stället för ibland vanliga och ibland kantiga parenteser.

Det är också lite märkligt att litteraturlistan bara innehåller fyra böcker tryckta efter 1980. Exempelvis kom Mendelsons *Introduction to Mathematical Logic* i en ny omarbetad och väsentligt förbättrad upplaga 1987. Boolos och Jeffreys, *Computability and Logic* saknas och en del andra böcker lyser också med sin frånvaro: Handbook of Mathematical logic, Handbook of Philosophical logic, Kays bok *Models of Peano Arithmetic*, Changs & Keislers *Model theory* som finns i en ny upplaga från 1990, Gamuths *Logic, Language, and Meaning*, någon modern framställning av mängdteorin, etc etc etc.

Det är beklagligt att Bertil Mårtensson och Studentlitteratur inte har lyckats åstadkomma en mer gedigen introduktion till första ordningens logik. Dessvärre tror jag att en bok med så mycket direkta felaktigheter, så många oklarheter och ett så lågt intensionsdjup som Mårtenssons bidrar till att mystifiera logikämnet, snarare än till att bringa klarhet inom ett område som väl förtjänar en modern, elementär presentation på svenska.

Christian Bennet

Ann-Mari Henschen-Dahlquist, *En Ingemar Hedenius biblografi* (Thales, Stockholm 1993, 196s).

I inledningen till *Filosofisk uppslagsbok* citerar Konrad Marc-Wogau dr Samuel Johnson, som säger "Among these unhappy mortals is the writer of dictionaries; whom mankind have considered, not as the pupil, but as the slave of science.... Every other author may aspire to praise; the lexicographer can only hope to escape reproach, and even this negative recompense has been yet granted to very few." Jag vet inte, men kanske ska vi också inkludera författare till bibliografier i denna speciella kategori av författare. Det är lätt att kritisera deras produkter, att ifrågasätta urvalsprinciper, att påpeka att urvalsprinciperna inte följts fullständigt, osv. Och när något är bra, ja då tar vi det som något självklart som vi inte uppmärksammar.

Ann-Mari Henschen-Dahlquists *En Ingemar Hedenius bibliografi* har dock sådana kvaliteter att den måste lyftas fram. Ann-Mari Henschen-Dahlquist har med utomordentlig noggrannhet gått igenom